La práctica docente y su relación con el conocimiento matemático temprano

Claudia Margarita Rincón Emiliani

Sandra López Romano, directora

Maestría en Educación

Universidad del Norte

Barranquilla

2015

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Agradecimientos

A Dios, por ser tan generoso en perseverancia para conmigo y me permitió culminar la meta trazada.

A Roberto, mi esposo, por su infinita paciencia y amor incondicional.

A mis tres hijos Robe, Berna y Mari, por ser la luz de mi vida, sin la inspiración que me dan, este trabajo no habría sido una realidad.

A mi madre, por acompañarme siempre en todos mis sueños y metas. Su amor incondicional y su apoyo permitieron ser quien soy hoy.

A mi Mami Olga porque su amor y ejemplo están presentes cada día en mi corazón.

A mi tía Olgui, porque fue ejemplo de dedicación, disiciplina y rectitud.

A mi padre, aunque ya no esté. Te habrías alegrado mucho por este nuevo logro.

A mis hermanas, compañeras del alma.

A mi suegro, inolvidable ser humano.

Reconocimientos

A mi tutora, Sandra López, sin su orientación, este trabajo no sería una realidad.

A Lucy López, sin su acompañamiento y guía, este trabajo no hubiese sido posible.

A mis compañeras de trabajo, Lucy López, Eleonor Armour Thomas y Evelyn Ariza, con quienes compartí inolvidables momentos de inspiración y amor por la educación.

A Gina Camargo y Melina Ávila por su apoyo.

A Gregorio Díaz por su invaluable ayuda en la biblioteca.

A aquellos profesores que con sus memorables clases inspiraron mi trabajo.

A mis alumnos, porque ellos son y serán fuente infinita para dar lo mejor de mí.

A los docentes, directores, coordinadores y estudiantes que participaron en este proyecto.

A las instituciones educativas que nos permitieron llevar a cabo el estudio en sus instalaciones.

A todos aquellos quienes hicieron posible que esta investigación se llevara a cabo con resultados positivos.

Tabla de contenido

Introducción

La sociedad actual vive cambios constantes. Este fenómeno ha impulsado a sus individuos a proponerse nuevas responsabilidades y definir nuevos compromisos para enfrentarlos con éxito. En el área de la educación, esta realidad lleva a replantearse el asunto sobre cómo contribuir de manera acertada al progreso de nuestros ciudadanos a través de una formación educativa apropiada y, de manera tal, que se pueda lograr que todos los miembros de esta sociedad tengan iguales oportunidades para obtenerlo.

El tema tratado debe ser un compromiso de todo gobierno en cualquier país del mundo, donde la escuela puede y debe cumplir un papel fundamental. Entonces, ¿cómo la escuela y todos los factores que se suman en este proceso ayudan a formar mejores ciudadanos para actuar y sobresalir en una sociedad del conocimiento llena de nuevos retos y habilidades que implican innovaciones constantes y los obligan a desarrollar diferentes formas de comunicarse y de interactuar?, ¿de qué manera la escuela, y más aún, el aprendizaje de la matemática, pueden ayudar a que cada alumno tenga esta oportunidad?

Las respuestas a estos interrogantes permiten analizar un sinnúmero de factores que influyen para conseguir los resultados deseados. Dentro de esos factores se encuentran la manera en que el docente lleva al aula los conocimientos y cómo éstos contribuyen desde temprana edad hasta la adultez (Stipek & Byler, 2004; Goe L. , 2007; Goe & Stickler, 2008; Nye, Konstantoupolous, & Hedges, 2004; Rockoff, 2004; Engels, Claessens, & Finch, 2011; Bargagliotti, Guarino, & Mason, 2009; Rowan B. , Correnti, Miller, & ., 2002; Wright, Horn, & Sanders, 1997; Rivkin, Hanushek, & Kain, 2000).

¿Está Colombia cumpliendo con su compromiso ante sus ciudadanos en esta nueva sociedad de conocimiento?, ¿Qué papel juega el docente en estos resultados?, ¿Desde dónde se debe empezar a trabajar?, ¿Qué se está haciendo desde la temprana edad para realizar una transformación en educación como se necesita?

Los factores anteriores permiten que se generen investigaciones enfocadas en la búsqueda específica de los elementos que produzcan un cambio en el aprendizaje de los estudiantes y la manera como los docentes inciden en ellos; por ello la presente investigación se demarca en estudiantes de edad preescolar relacionando la práctica docente con el conocimiento matemático temprano en estudiantes de Transición de estrato socio-económico bajo.

Se muestran dos temas principales Práctica Docente y Matemáticas informales y formales presentando las bases teóricas de la investigación en torno a: a) Práctica Docente b) Práctica Docente de Matemáticas c) Medición de la Práctica Docente. También se comentan aspectos generales sobre el Conocimiento Matemático Temprano en donde se describen las habilidades matemáticas tempranas en niños de Transición y se describen los conceptos de matemática informal y matemática formal en sujetos de esta edad. El orden de la presentación de este trabajo está dado de la siguiente manera: primero, el planteamiento del problema, luego, el objetivo general y los objetivos específicos. Seguidamente se plantean las hipótesis y se enfoca el diseño de la metodología del estudio utilizando un diseño correlacional. Después se expresan los fundamentos metodológicos del estudio, tras la descripción del proceso de recolección de datos y las técnicas de análisis de los datos. Posteriormente, se habla acerca de las variables en estudio, se expone el proceso de codificación de los datos y su posterior interpretación. Finalmente, se hace el análisis de los resultados, se realiza la discusión, se concretan las conclusiones relativas al proceso de investigación dando respuesta a los objetivos de la misma y se dan las recomendaciones y limitaciones que resultaron del análisis de los hallazgos obtenidos en este proyecto.

Justificación

Las cifras de los estudios internacionales lo comprueban una y otra vez: la Costa Caribe de Colombia muestra un atraso de gran relevancia con respecto a las otras regiones del país y demás países del mundo. Los estudios reportan muy bajos resultados en todas las pruebas internacionales realizadas (Redacción Vivir, 2008; ICFES, 2010; ICFES, 2013; Redacción Revista Semana, 2013; Redacción Revista Semana, 2013; Redacción Revista Semana, 2014), y a pesar de esto no se ha visto progreso en ellas, ni en las Pruebas Pisa 2009 ni en Pruebas Pisa 2012, (De Zubiría J. , 2014; Linares, 2013) ni en los resultados de las Pruebas Saber 5, ni en las Pruebas Saber 9 (ICFES, 2015).

Tomando en consideración que este proyecto forma parte del trabajo de investigación *Factores Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* cuyo objetivo general es: "evaluar cómo los factores a) social, b) cognitivo/académico, c)comportamental, d)emocional y e) psicofisiológico, se articulan para predecir la competencia social y cognitiva durante la transición a la primaria de los niños colombianos" y que como eje central busca estudiar causas del bajo rendimiento escolar y la deserción en las escuelas colombianas, las conclusiones del anterior investigación permitieron enlazar el desarrollo de planes educativos innovativos que trasciendan en las dinámicas sociales del país. Por todo lo expuesto anteriormente se resolvió investigar cómo algunos aspectos de la práctica docente se relacionan con el desempeño escolar en matemáticas tempranas de los estudiantes de transición en escuelas de estrato socio económico bajo en la ciudad de Barranquilla. Teniendo en cuenta que el trabajo *Factores Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* es un estudio longitudinal en el que se investigaron los 5 factores antes mencionados, y conociendo la importancia del pensamiento matemático en el desarrollo escolar de los individuos, se presentó la inquietud acerca de qué manera el docente a través de su práctica es un factor determinante en la vida escolar de sus estudiantes y por lo tanto, de alguna manera decisivo en el desempeño de éstos.

En Colombia, el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) – Pruebas Saber 2002-2014 es la institución que se encarga de medir y analizar el desempeño de los estudiantes en los diferentes niveles del sistema educativo; sus estudios muestran los resultados de los estudiantes en todas las áreas, y de manera específica en Matemáticas se observa que ellos se mantienen en un nivel mínimo básico sin modificarse en ninguna de las aplicaciones de dichas pruebas, como se anota en el cuadro 1:

Cuadro 1. Pruebas Saber 5 2002-2014 Área: Matemáticas

PRUEBAS	AÑO	PROMEDIO	NIVEL	RANGO
SABER 5	2002-2003	285	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2005-2006	291	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2009	286	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2011	291	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2012	297	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2013	301	Mínimo Básico	265-330
SABER 5	2014	289	Mínimo Básico	265-330

(Fuente: (ICFES, 2015))

Por otro lado, el cuadro 2 compara el porcentaje de estudiantes según la categoría sobre el nivel de desempeño en las pruebas Saber 5, 2013 – 2014 en Matemáticas en Barranquilla con el porcentaje de estudiantes según la categoría sobre el nivel de desempeño en las pruebas Saber 5, 2013 – 2014 en Matemáticas en el departamento del Atlántico.

Cuadro 2: Comparativo Barranquilla-Atlántico Pruebas Saber 5, 2013 – 2014

PRUEBAS	BARRANQUILLA		ATLÁNTICO		CATEGORÍA
	2013	2014	2013	2014	(Puntaje)
SABER 5	37%	42%	40%	45%	Insuficiente (100-264)
SABER 5	32%	30%	31%	28%	Mín. Básico (265-330)
SABER 5	20%	17%	19%	17%	Satisfactorio (331-396)
SABER 5	11%	11%	10%	10%	Avanzado (397-500)

(ICFES, 2015)

Ahora bien, al establecer un comparativo de acuerdo a las Pruebas Saber 2013 de tercer grado en el área de matemáticas en la ciudad de Barranquilla se observa que el 63% de los colegios oficiales urbanos están en las categorías de “insuficiente” y “mínimo básico”, mientras que, en los colegios no oficiales se encuentra el 30% de la población en esas categorías. Para el caso de las categorías “avanzado” y “satisfactorio” se encuentran el 70% de los estudiantes de colegios no oficiales mientras que, en los colegios oficiales se encuentran el 38% de la población estudiantil, observándose claramente en los dos casos, diferencias pronunciadas en los porcentajes dados para las instituciones oficiales y no oficiales. De igual forma el resultado de las Pruebas Saber de tercer grado 2014 en el área de matemáticas es muy similar, ya que el 53% de los colegios oficiales urbanos están en las categorías de “insuficiente” y “mínimo básico” mientras que los no oficiales están el 28% de la población en esa categoría. De la misma manera, en las categorías “avanzado” y “satisfactorio” se encuentran el 71% de los estudiantes de colegios no oficiales mientras que, en los colegios oficiales se encuentran el 48% de la población estudiantil. Aunque aún existe una brecha muy grande entre los colegios urbanos oficiales y no oficiales, se observa un decrecimiento de las categorías “insuficiente” y “mínimo básico”en un 10% para las el año 2014 y un crecimiento del 20% en las categorías “avanzado” y “satisfactorio”.

Este panorama se afianza con los resultados de los estudios de las pruebas del nivel 4° grado de TIMSS (2007) citado en (ICFES, 2010) pues Colombia sólo superó a seis países en matemáticas entre 59 países. Tampoco son alentadores los resultados de las pruebas PISA del año 2009 pues en matemáticas, Colombia sólo pudo ocupar el puesto 58 entre 65 participantes (Redacción BBC Mundo, 2013; ICFES, 2010) y en el 2012 el resultado fue más desalentador aún, pues Colombia ocupó el puesto 61 de 65 países. (Redacción Revista Semana, 2013; Redacción Revista Semana, 2014; Ministerio de Educación Nacional, 2014; ICFES, 2013; De Zubiría J. , 2014; Redacción Revista Semana, 2013; Banco Interamericano de Desarrollo, 2014; Banco Interamericano de Desarrollo, 2012).

Pues bien, el asunto en los grados más altos de escolaridad incluyendo la la universidad, lamentablemente, no es tan diferente. De la misma manera, el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) y el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), reportó que los estudiantes que se preparan para ser maestros puntuaron por debajo de la media nacional, y en la última evaluación de escalafón docente tan sólo el 18% de los que se presentaron lograron un nivel satisfactorio (Centro Virtual de Noticias de la Educación-MEN, 2012).

Toda la información mencionada ratifica el hecho de que existe una gran necesidad para mejorar la calidad de la educación matemática de la población escolar colombiana. Se hace un llamado a realizar un replanteamiento global de las estrategias de intervención para que promuevan una cultura matemática en contextos escolares, que en este caso se traduce a enfocarnos específicamente en cómo se relaciona la práctica docente con el conocimiento matemático temprano.

En lo referente a este tema se encontró que, de acuerdo al Informe (National Mathematics Advisory Panel, 2008) diferencias significativas en el éxito escolar de los estudiantes en matemáticas se atribuyen a diferencias en los docentes, esto va acorde con el estudio de (Howard, 2009) quien encontró una correlación positiva entre el estilo de enseñanza y el desempeño de los estudiantes en matemáticas ($r = .42\ 1, p < .001$), afirmando que las percepciones, las conductas y las prácticas de los profesores impactan directamente en el aprendizaje de y en el contexto, por lo tanto, los docentes son fundamentales en las oportunidades que tienen los estudiantes para aprender matemáticas.

Por otro lado, de acuerdo con Harris & Robinson (2007), los niños que empiezan la escuela con conocimientos sólidos de los conceptos tempranos de matemáticas tienen más éxito a lo largo de toda su carrera escolar, no sólo en matemáticas sino en sus clases de educación en general. En particular, los niveles de las destrezas en el momento en que los niños entran al colegio rara vez se tomaban en cuenta en estudios previos, los cuales pueden darle forma al comportamiento escolar. Es por ello que hoy resulta tan relevante el detenerse a analizar las prácticas docentes en edades tempranas pues es considerado un factor crítico en el desempeño matemático de los niños. (Stipek & Byler, 2004).

Marco teórico

Práctica docente

¿Cuáles son los principales ejes de desarrollo para que se presente una buena práctica?, ¿Por qué, a pesar de toda la literatura existente en el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas en la niñez temprana, hay tan poca literatura relacionada con la práctica docente?, ¿Cómo se relaciona la práctica docente con el desarrollo y el mejoramiento del desempeño en los estudiantes de cualquier nivel?, ¿Cómo son las prácticas docentes en la enseñanza de las matemáticas a nivel de Transición?

Las anteriores inquietudes son sólo algunos de los interrogantes que se pueden plantear para tratar de comprender la relación que existe entre la labor docente y el desempeño del estudiante. A lo largo de este trabajo, se tratará de dar respuesta a la mayoría de ellos, a partir de las investigaciones y teoría planteadas en la actualidad. El enfoque principal de esta investigación, se concentra en uno de los factores principales del sistema educativo: el docente, particularmente, en su práctica a nivel preescolar, para conocer si ésta se relaciona de alguna manera con el desempeño matemático de los estudiantes de Transición.

A través de los años, investigadores como Goe & Stickler (2008), Ball, Hill, & Bass (2005); Hill, Rowan, & Ball (2005); Guarino, Hamilton, Lockwood, & Rathbun (2006), Ginsburg, Lee, & Boyd (2008) han determinado que los ejes fundamentales para una buena práctica docente se enmarcan alrededor de los siguientes factores: las cualificaciones del docente, las características del docente, la práctica del docente y la eficiencia del docente. Estos elementos influyen en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes durante su período escolar aún desde los primeros años de estudio.

Se ha observado que la práctica docente ha evolucionado a través del tiempo. En sus inicios fue creada siguiendo el modelo desarrollado en la era industrial que perseguía como objetivo lograr la obediencia y subordinación de los niños y jóvenes a las reglas mecánicas del mundo industrial, es decir, que la práctica docente tenía como propósito servir al mundo laboral (De Zubiría J. , 2006) Luego, a mediados del siglo XIX y principios del siglo XX, la práctica docente incluyó los conocimientos adquiridos a través de científicos y psicólogos del área de la educación de la ola conductista desarrollada en esa época, a través de Pavlov (1849-1936), Watson (1878-1958) y Skinner (1904-1995) entre otros.

Este punto de vista conductista se enfoca en el aprendizaje de conocimientos particulares y de reglas para el desarrollo de la convivencia familiar y social. En este marco teórico educativo el docente es un mero transmisor de conocimientos cuya práctica se reduce a repetir y corregir, mediante la exposición y la rutina generando un conocimiento mecánico. Como lo expresa Freire (1975): "el educador es quien cumple las funciones de elegir contenidos, prescribir, hablar, disciplinar y educar, mientras que el educando es el receptor que sigue las prescripciones, escucha, acata las normas y recibe la educación". De esta forma, Freire se muestra como el impulsor del conductismo con ese pensamiento en el cual el proceso de la enseñanza se centra en el docente y el estudiante no desarrolla de manera apropiada sus procesos cognitivos y socioafectivos pues no es agente activo del aprendizaje ni se le incentiva a alcanzar un pensamiento crítico o metacognitivo pues es sólo un seguidor de normas, ejercicios y algoritmos dirigidos por su profesor.

A mediados del siglo XX, aparece el enfoque contrario al conductismo: el enfoque constructivista, el cual considera a Piaget como el precursor de este movimiento que incluía a educadores y científicos que se mostraban insatisfechos con el asociacionismo, el cual surge del conductismo y con la educación conductista que era el modelo que primaba en la época. Este modelo combinado con las teorías cognitivas apenas incipientes, pretendía explicar el aprendizaje desde los procesos mentales internos superiores del individuo (De Zubiría J. , 2006).

El contraste entre el modelo del siglo XIX y el del siglo XX se explica en la afirmación sobre el constructivismo que hace el docente matemático chileno Daniel Perich: “Esta teoría propone que el sujeto que conoce es el que construye su propia representación de la realidad, se construye a través de acciones sobre la realidad. El aprendiz aprende cómo aprender, no solamente qué aprender” (Perich, 2008). Aquí se observa claramente la intención del constructivismo donde el estudiante debe construir la realidad y el aprendizaje frente al seguimiento pasivo del estudiante en el conductismo, que sólo debe aprender lo que ya estaba construido.

En Colombia, en la práctica docente actual, es posible afirmar que encontramos los tres modelos pedagógicos principales: autoestructurante, heteroestructurante y dialogante. Se conoce el modelo heteroestructurante (Not, 1983) por ser centrado en el docente, es decir, magistrocentrista, en el cual el profesor es un transmisor de conocimiento y cultura. Su función se centra en repetir, lograr que sus estudiantes repliquen lo que él dice y hace, corregir y lograr que sus estudiantes corrijan sus errores. En cuanto a los estudiantes, tienen un papel pasivo, solamente necesitan prestar atención, y su actividad en clase se limita a desarrollar la memoria a través de prácticas y ejercicios ya que el profesor hace prácticamente todo. Se utilizan exposiciones magistrales, orales y visuales. Las evaluaciones no están dirigidas a un desarrollo de pensamiento o la reflexión sino a un desarrollo de la memoria (De Zubiría, Ramírez, Ocampo, & Marín, 2008). Estas son las características que también se observan también en el modelo conductista.

El modelo autoestructurante es opuesto al heroestructurante ya que, el maestro pasa a ser un mediador para el alumno quien es el protagonista principal; por esto se considera que éste es un modelo paidocentrista. Las aficiones y expectativas del alumno son el objetivo de este modelo, ya que a través de éstos, se pretende lograr que el estudiante sea feliz. No se enfatiza en tener profundidad en los contenidos y aunque son los mismos que los de los heteroestructurantes, el abordaje se hace de a través de experiencias, por ello su metodología, implica el uso de actividades fuera de la clase, experimentos, visitas al campo, a museos y en algunos casos hasta visita a ciudades. En cuanto a las evaluaciones, éstas están centradas en los criterios de los alumnos, sin tomar en cuenta cuál es el fundamento o argumento sobre el que se basan estas opiniones, devolviéndole el valor a la dimensión socioafectiva del niño en el aula que había perdido en el modelo heteroestructurante (De Zubiría, Ramírez, Ocampo, & Marín, 2008). Estas características se observan en el modelo constructivista.

El modelo dialogante (constructivista) tiene como objetivo desarrollar más el proceso que el aprendizaje e incluye a las tres dimensiones humanas (cognitiva, práctica y valorativa). Este se centra en lograr la transferencia y generalización de conocimientos adquiridos en clase hacia la vida diaria, lo que permite el desarrollo integral del estudiante; su intención es promover el desarrollo de herramientas intelectuales al igual que de relaciones consigo mismo y con los otros a través del diálogo para alcanzar mayor profundidad en sus decisiones y acciones. En este modelo el estudiante y el docente tienen la misma importancia (De Zubiría, Ramírez, Ocampo, & Marín, 2008).

De acuerdo a los resultados de la investigación de (De Zubiría, Ramírez, Ocampo, & Marín, 2008) quienes encuestaron a 1060 docentes de todo el país de manera virtual pertenecientes a colegios privados y públicos, determinaron que no existe un modelo pedagógico de preferencia en Colombia. Sin embargo, en general, el modelo dialogante parece ser el más utilizado aunque, dentro de las prácticas, se observó también una tendencia por el modelo autoestructurante mientras que el modelo que menos se utilizó es el heteroestructurante ($M_{Heteroestructurante} = 4, M_{AutoEActiva} = 5{,}26, M_{ConstrucEpist} = 4.89, M_{ConstruPedag} = 4.59, M_{Dialogante} = 5.65$), lo que llama un poco la atención puesto que en la escuela pública predomina el modelo autoestructurante (constructivista). Debido a estos resultados tan diversos y poco concluyentes, los autores afirmaron que se está presentando un cambio de modelo en la educación colombiana.

Adicionalmente se encuentran otros modelos pedagógicos, como la Pedagogía Conceptual de Miguel De Zubiría Samper , modelo surgido en 1998, el cual es una propuesta que promueve al estudiante a ir más allá de aprendizajes particulares y específicos para promover desarrollo de conocimientos de tipo científico, es decir aprendizaje de carácter general y abstracto y, al mismo tiempo, promueve el desarrollo de la inteligencia social y emocional para que el alumno pueda tomar mejores decisiones a la hora de enfrentar su vida cotidiana.

Otra transformación en la instrucción pedagógica también se aprecia en el enfoque de la educación por competencia, la cual nace de un cambio de paradigma en el mundo productivo, pues se transformó de la era de la producción industrial a la era del conocimiento, de esta manera se modifica la forma de llevar la educación. (Cardona, 2002) afirma que “la educación debe replantear sus objetivos, sus metas, sus pedagogías y sus didácticas si quiere cumplir con su misión en el siglo XXI”

De acuerdo a Argudín (2005) una de los beneficios principales de la educación por competencia es el hecho de que responde a los retos de una educación en transformación permanente, donde lo que importa es que el alumno aprenda a aprender para que esté a la altura de la renovación del conocimiento. Por lo tanto, si el conocimiento cambia, el individuo tendrá la competencia para investigar, resumir y evaluar las nuevas tendencias tanto en el área particular como en el área profesional. Otra característica importante es que el estudiante puede reconocer la estructura de los pasos para alcanzar sus objetivos. Por último, este modelo permite que haya una relación permanente entre los contenidos de la escuela y las necesidades del mundo laboral.

Después de revisados los modelos pedagógicos que se han desarrollado históricamente en el mundo y en Colombia, y como asunto previo al tema de la práctica docente, se exploran a continuación, las visiones de diversos autores sobre lo que es ser docente; Ball & Cohen (1999) consideran que los docentes requieren presentar ciertas características especiales que deben estar presentes, "necesitan comprender bien la materia que enseñan, de forma muy diferente a la que aprendieron como estudiantes; requieren entender profundamente el contenido, y además de esto, deben conocer a los alumnos y sus diferencias culturales, incluyendo lenguaje, clase social, familia y comunidad; necesitan desarrollar y ampliar sus ideas acerca del aprendizaje, conocer sobre didáctica, modelos de enseñanza, así como la cultura del aula; saber pedagogía, para conectar a los estudiantes con los contenidos de forma efectiva y es por ello que necesitan un repertorio de estrategias para motivar a los estudiantes, adaptarse y cambiar el modo de enseñar según la necesidad de los mismos. Además, necesitan examinar cómo se construye el currículo, pues la interacción entre el docente, los estudiantes y el material de estudio es vital para una práctica desarrollada progresivamente" (Ball & Cohen, 1999).

De acuerdo a Díaz Barriga & Hernández (2010), el profesor tiene el papel de promotor y mediador en el proceso de enseñanza aprendizaje. El autor se fundamenta en la visión de Gimeno Sacristán (1988) y Rodrigo, Rodríguez y Marrero (1993) en la cual puede observarse esta apreciación del docente:

> El profesor es mediador entre el alumno y la cultura a través de su propio nivel cultural, por la significación que asigna al currículum en general y al conocimiento que transmite en particular, y por las actitudes que tiene hacia el conocimiento o hacia una parcela especializada del mismo. La tamización del currículum por los profesores no es un mero problema de interpretaciones pedagógicas diversas, sino también de sesgos en esos significados, que desde un punto de vista social, no son equivalentes ni neutros. Entender cómo los profesores median en el conocimiento que los alumnos aprenden en las instituciones escolares, es un factor necesario para que se comprenda mejor por qué

los estudiantes difieren en lo que aprenden, las actitudes hacia lo aprendido y hasta en la misma distribución social de lo que se aprende.

Por otra parte, con respecto a la práctica docente se analizaron diversos autores que han aportado a los conocimientos en el tema, a través de sus trabajos. En consecuencia, afirman Díaz Barriga & Hernández (2010) que los núcleos de la práctica docente deben centrarse en los conocimientos obtenidos a través de su formación profesional y del conocimiento surgido de la experiencia permanentes dentro del aula de clase (características de los alumnos, metodología, normas de valoración, etc.). La práctica docente es también una consecuencia de sus vivencias como maestro, de su nivel social y educativo, de su formación en el aspecto curricular, al igual que las corrientes pedagógicas que utilice o se le demanden en el medio donde trabaja.

Escobar (2007), otro especialista en el tema, expresa que la práctica docente se ha convertido en un proceso complejo para lograr los objetivos educativos en el que se unen diversos factores que influyen en la definición de teorías, esquemas y normas. De esta manera, el profesor debe manejar diversas situaciones en su ejercicio diario además de poseer un profundo conocimiento conceptual sobre el contenido de su área y nivel de enseñanza; mostrar el tipo de liderazgo que promueve el trabajo cooperativo al igual que irradiar respeto hacia sus pares y alumnos especialmente en situaciones decisivas.

Abdalla (2004) afirma que las prácticas docentes son el producto de sus experiencias, son los conocimientos adquiridos en momentos particulares; mientras que los conocimientos docentes son el resultado del análisis de sus vivencias y dirigen las actividades propuestas por el profesor. A través de un estudio de casos, este autor definió las prácticas docentes como el conocimiento que tiene el docente sobre sí mismo, lo cual incluye “visión del mundo, filosofía personal, imagen y ritmo que pretenden imprimir”; sobre su medio, lo cual implica “relación con el grupo, con sus colegas, con la comunidad y el contexto social más amplio”;

sobre la materia que enseña,lo que comprende “el punto de vista científico y pedagógico didáctico”; sobre el esquema curricular de la escuela y sobre el proyecto normativo de la pedagogía y la gestión escolar. Concluye, citando a Perrenoud (1993), que “la práctica del docente no se estanca, al contrario crece constantemente, acompañando la experiencia y sobre todo, la reflexión sobre la experiencia.”

Eslava & Valdez (2004) encontraron que, a través del tiempo, la práctica diaria y la teoría aprendida por los docentes sufren cambios fundamentales. Hay un tipo de conocimiento desarrollado por los profesores fundamentado en su sentido común, conformado de supuestos, apreciaciones y saberes profesionales. Dentro de los conocimientos profesionales se cuentan los conocimientos de contenido pedagógico y para aquellos en el área de las matemáticas, los de contenido matemático. Además, dentro de estos dos conjuntos de conocimientos, los docentes requieren de los conocimientos epistemológicos para evaluar los fundamentos científicos y académicos del conocimiento matemático en diferentes situaciones sociales de aprendizaje y enseñanza (Steinbring, 1998).

Por su parte, Serres (2007) expresa que Aiello (2005) “considera que las prácticas de la enseñanza sólo cobran sentido en función del contexto en que se desarrollan pues son una actividad intencional caracterizada por su complejidad, multiplicidad, inmediatez, simultaneidad e impredictibilidad”; respaldando su afirmación están Abdalla (2004) y Arrieta (2003) quienes, al igual que Serres y Aiello reflejan un eje común cuando dicen que las prácticas se dan en un contexto social determinado que le da un significado a lo que se hace. Así concluye en su trabajo Serres (2007), que “las prácticas docentes son las acciones orientadas que lleva a cabo el docente producto de la reflexión, la explicación y la discusión de su experiencia educativa en una institución particular, la cual le da contexto y sentido a su quehacer”, definición que se identifica con los planteamientos de la actual investigación.

Es así como, Goe & Stickler (2008) determinan que la práctica docente muestra el proceso de calidad de instrucción. Los proyectos llevados a cabo en relación a la práctica docente, tienen como fin encontrar la relación entre el nivel de desempeño del alumno y las prácticas docentes, que se traduce en la manera en que el docente interactúa con sus alumnos y las estrategias de enseñanza que utiliza para alcanzar los objetivos.

Con respecto a la relación de los desempeños de los estudiantes y las prácticas docentes, Guarino, Hamilton, Lockwood, Rathbun, & Hausken (2006) encontraron que las prácticas docentes predicen un aumento en el desempeño de las pruebas de los estudiantes que se refleja en sus calificaciones y que éstas son un predictor más asertivo que cuando se miden con las características del docente.

Otras investigaciones como la de Pianta, Hamre & Allen (2012) sugieren que las interacciones entre docente y el niño son un mediador principal de la práctica docente, que influyen significativamente en el desempeño del niño, por esta razón la calidad de esta interacción es de fundamental importancia. Se han hecho diversas investigaciones en el área de lenguaje, sociales y ciencias, pero no es mucho lo que se sabe del área de matemáticas.

La práctica docente desde la escuela tradicional

En los siglos XVI-XX la educación comenzó a ser utilizada como un medio colectivo para facilitar la adoctrinación de los individuos a las ideologías e intereses de los aparatos dominantes del Estado, alcanzando su mayor esplendor en el siglo XIX cuando se le otorga la responsabilidad de la educación de todos los estratos sociales. Por ello, se institucionaliza la escuela como estructura básica de la educación de la sociedad en función de las necesidades laborales, ideológicas, sociales, económicas y políticas de las clases dominantes.

Por tal motivo, la escuela tradicional muestra las siguientes características: magistrocentrismo, enciclopedismo y verbalismo y pasividad. El magistrocentrismo habla de cómo el profesor es el centro del proceso educativo, toma completamente el control de los contenidos, los procesos, la metodología y juega el papel de modelo a seguir por los alumnos. Se destaca el énfasis que se hace a la disciplina y al castigo como los medios para que el estudiante adquiera valores necesarios para vivir en la sociedad de acuerdo a las normas y reglas exigidas por ésta. Era tal la importancia del castigo, que se tenía la concepción de que éste estimulaba el progreso del alumno. Con respecto al enciclopedismo, éste habla de la estructura de la escuela de manera que se encuentra organizada, programada y ordenada de acuerdo a un manual escolar que recoge todo lo que se considera que el alumno debe aprender y cómo lo debe hacer sin la posibilidad de salirse del modelo. En cuanto al verbalismo y pasividad es una estrategia que se muestra a través de la forma rutinaria que no invita ni permite a los alumnos desarrollar interactividad con los conocimientos sino que se fundamenta en la repetición de lo que el maestro explica (Sánchez, 2012).

En la escuela tradicional, a principios del Siglo XVII, se destaca la visión de Jan Amos Comenius, considerado el Padre de la Didáctica, quien vislumbró con una visión anticipada de 400 años, la importancia de la educación en el desarrollo social e individual de las personas, trabajando para hacer de la educación una herramienta al alcance de todos; pionero al establecer que la práctica debía estar concatenada a la teoría en el proceso de aprendizaje. En lo que respecta a su visión del docente, fue muy difícil tratar de modificar el uso de la rudeza y agresividad en el aula de clase y su pedagogía se fundamentaba en un modelo en el cual se describe la importancia del qué, del cómo y del cuándo enseñar teniendo como centro al niño para estimularlo de manera positiva hacia el conocimiento para que aprenda con el hacer de una forma simple, llevando un método y activando todos sus sentidos. Una de las características fundamentales para ejercer una buena docencia es la de que el maestro debe conocer lo que enseña y no debe avanzar, si sus estudiantes no tienen los conceptos básicos claros (Gómez M. M. A., 2001).

Aun cuando la educación tradicional surgió hace un par de siglos y ha habido muchos avances en la ciencia de la educación y la psicología, que es la disciplina científica que ha nutrido a la educación, y existen diferentes modelos educativos hoy en día, todavía el modelo tradicional se utiliza en gran parte de las escuelas oficiales de Colombia. En la educación de este país se producen estudiantes disciplinados y responsables, pero carece de factores que lleven al estudiante a buscar cuestionamientos y transformaciones en su diario papel de aprendiz. A esto comentó Valldeperez Vidal, “La diferencia encuentro entre ésta y la dada en países europeos, como España, es que **se** aplican pocas metodologías diferentes a la enseñanza tradicional y hoy en día se ha demostrado que las personas aprenden más con una metodología innovadora”, (Uni<ersiaColombia, 2014). Como lo anticiparon Alvin Toffler y Peter Drucker en sus escritos, para estar a la altura de las exigencias del siglo XXI en la vida laboral, diariamente una persona requiere estar preparada en las competencias personales y laborales como: reconocer retos, elaborar propuestas de trabajo, valorar las metas alcanzadas y tener habilidades sociales para realizar trabajos en grupo y así encontrar formas innovadoras y creativas para lograr sus propósitos (Schiefelbein, 1993) y éstas no son las destrezas que se enseñan con la educación tradicional.

Surge entonces, la pregunta de ¿la enseñanza fundamentada en la escuela tradicional, tiene efectos positivos o negativos? Para darle respuesta a esta inquietud, Schwerdt & Wupperman (2011) realizaron una investigación donde encontraron que al variar la enseñanza enfocada a resolución de problemas en un 10% de la práctica por enseñanza de tipo magistral en la clase, se observó un incremento en el rendimiento estudiantil en las pruebas TIMSS de alrededor de uno por ciento de una desviación estándar. Este estudio se llevó a cabo con estudiantes de 8° grado y sus resultados en matemáticas del TIMSS (2003) ($M_{Magistral} = 0.320\ SD = 0.187$); se definió como variable base del estudio la variable tiempo dedicado a la enseñanza tipo magistral que se compara con la variable tiempo dedicado a la resolución de problema en clase y el tiempo dedicado a cada uno de estos muestra que la estrategia de la clase magistral tiene un impacto positivo ($R^2 = 0.514, p < 0.05, e = 0.205$) en los resultados de las pruebas TIMSS, Guarino, Hamilton, Lockwood, Rathbun, & Hausken (2006) teniendo en cuenta los efectos que tienen las diferentes estrategias de instrucción en la práctica de matemáticas en kindergarten, tomaron la variable compuesta por *el* cálculo numérico y las prácticas tradicionales y la compararon con otras variables características del proceso de enseñanza aprendizaje como son: el profesor que le dedicó más tiempo a esta práctica con respecto a aquellos que no lo hicieron, tuvo un efecto positivo ($d = 0.11$); los estudiantes que estuvieron en el ciclo de sólo medio tiempo tuvieron un efecto negativo con respecto a los estudiantes del ciclo de tiempo completo, ($d = -0.26$); si el alumno asistía a una escuela privada mostró menores ganancias en matemáticas que aquellos que asistían a escuelas públicas *(*$d = -0.08$); de acuerdo al porcentaje de minorías en la escuela, es decir a mayor porcentaje mayor utilización de la estrategia ($d = 0.37$). Si por otro lado se comparan los docentes, el docente de la escuela pública dedica más tiempo a la instrucción tradicional y el cálculo ($d = 0.51$) y menos al trabajo en grupo ($d = -0.26$). Los docentes de escuelas rurales ponen menos énfasis en la enseñanza centrada en el estudiante ($d = -0.25$).

De acuerdo a Cohen & Hill (2000) en su estudio hecho en 163 colegios, analizaron la influencia del desarrollo profesional, la evaluación y el currículo en la práctica del docente y el desempeño del estudiante.En sus resultados, concluyeron que cuando las mejoras educativas conllevan las siguientes condiciones: se enfocan en aprender y enseñar el contenido académico y cuando el currículo para mejorar la enseñanza se superpone con el currículo y la evaluación de los estudiantes, las prácticas docentes y el desempeño de los estudiantes mejoran.

Después de que los docentes asistieron a seminarios de desarrollo profesional en metodologías más innovadoras se mostró poco uso de las estrategias de la escuela tradicional ($M = -0.5, SD = 0.56$) y una implementación muy activa de las nuevas pedagogías aprendidas ($M = 3.30, SD = 0.47$).Las políticas educativas manejadas con las condiciones mencionadas anteriormente, pueden ser un instrumento para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. Aquellas políticas educativas que no se enfocan en estas condiciones, tales como la presentación de sólo nuevas evaluaciones o un nuevo currículo que, por sí solas, no le ofrece a los profesores las oportunidades adecuadas para aprender, o la implementación de un desarrollo profesional que no esté conectado con el contenido académico, tienen menos probabilidad de tener efectos positivos tanto en la práctica docente como en el desempeño de los estudiantes.

D'Agostino (2000) encontró que en los primeros cursos en elemental (1° y 2°), al utilizar la estrategia de instrucción directa por el profesor, las destrezas básicas se asociaban a un mayor desempeño en matemáticas de los estudiantes ($R^2 = 7.96, p < 0.001$). De acuerdo a las investigaciones planteadas se puede afirmar que al parecer la práctica tradicional al asociarse con diversos factores del proceso de enseñanza aprendizaje, propicia un incremento en el desempeño de las matemáticas de los estudiantes de todos los niveles.

En estudios recientes, Lavy (2011) mostró en sus resultados que tanto las prácticas tradicionales, ($d_{Trad1} = 0.747, e_{Trad1} = 0.482$) como las modernas ($d_{Mod1} = 0.015, e_{Mod1} = 0.464$)tienen efectos positivos en los resultados de los exámenes estandarizados en matemáticas. El autor utilizó dos medidas alternativas que arrojaron resultados consistentes, tanto de las tradicionales($d_{Trad2} = 0.931, e_{Trad2} = 0.509$) como de las modernas ($d_{Mod2} = 0.060, e_{Mod2} = 0.490$). Sin embargo, Bietenbeck (2014) afirma que, las prácticas tradicionales tienen un efecto positivo y significativo en el desempeño de los estudiantes en los exámenes TIMSS ($r_{Trad} = 0.118, SD = 0.040)p < 0.001$), mientras que las prácticas modernas presentan una relación positiva pero no significativa ($r_{Mod} = 0.026, SD = 0.040, p > 0.05$). El autor concluye a través de sus resultados que el cambio de énfasis promovido por el National Teaching Standards, desde las prácticas tradicionales hacia las prácticas modernas perjudicarían los resultados en los exámenes estandarizados.

La práctica docente desde el constructivismo

El constructivismo es el resultado de los estudios de varios científicos y educadores, su máximo exponente, Piaget, desarrolló La Teoría Psicogenética, la cual se enfoca en "el estudio del funcionamiento y el contenido de la mente de los individuos", mientras que, para otros autores tales como Vygotsky, pionero del Socioconstructivismo, el núcleo de los procesos de construcción del aprendizaje se inician a través de la interacción social (Díaz Barriga & Hernández, 2010).

Piaget señaló como logro final de la educación el desarrollo del florecimiento de las áreas intelectuales, emotivas y sociales de la persona, como resultado de las transformaciones sufridas de manera natural en la vida del ser humano. En consecuencia, según su punto de vista, la estructura de la educación debe tender al favorecimiento de la evolución de aprendizajes logrados a través de procesos personales. Adicionalmente, el aprendizaje social es muy valorado en este modelo en cuanto a que las actividades de exploración grupal deben ser el eje de los objetivos planteados en el plano educativo. (De Zubiría J. , 2006).

Piaget afirma que las ideas fundamentales de la educación deben girar en torno al sujeto de tal manera que, tal como él apunta: los objetivos pedagógicos requieren enfocarse en el estudiante y sus actividades; los contenidos deben ser pensados como herramientas para ser utilizadas según el desarrollo de las etapas del niño; y la metodología a seguir debe estar estructurada en la exploración o descubrimiento. La visión de Piaget sobre el aprendizaje se fundamenta en la resolución de los conflictos cognitivos que se presentan de manera natural en los niños, donde los esquemas cognitivos se reorganizan de tal manera que, se ajustan a los conocimientos aprendidos como resultado de las nuevas situaciones resueltas por las experiencias vividas en el día a día y en interacción con los otros. Por ello, Piaget incentiva los procesos de cooperación, el aprendizaje colaborativo, el diálogo y el intercambio de opiniones e ideas entre pares y con mayores para construir el conocimiento en conjunto. (Díaz Barriga & Hernández, 2010). Según Piaget, como resultado de la educación, el adolescente debe estar en posición de explicar los conceptos adquiridos de manera precisa, pues construyó los conocimientos formales de manera exacta, comprendió los atributos y propiedades de las materias y ordenó sus conocimientos en redes tal y como se presentan en el mundo académico. De aquí que, los docentes requieran de un vasto conocimiento y una estructura sólida en sus fundamentos y métodos científicos de la materia que imparten (Roegiers, 2010).

De manera complementaria surge el movimiento de Vigotsky, llamado por algunos como constructivismo social o psicología sociocultural. (Ferreiro 2002), el cual se enfoca en los procesos de pensamiento superiores y centraba su principal interés en el desarrollo del lenguaje y su relación con el pensamiento. En este movimiento, el adulto toma de nuevo la importancia que tenía en la escuela tradicional en el marco del desarrollo y el aprendizaje de los niños. Es así como, se considera que el conocimiento es logrado por el niño a través de la comunicación con el adulto o sus pares (Roegiers, 2010), para lo cual se afirma lo que comunica Vygotsky que los procesos de aprendizaje y desarrollo se encuentran íntimamente relacionados (Vygotsky, 2012). Es así como, surge el concepto de Zona de Desarrollo Próximo a través del cual Vygotsky devuelve el carácter activo a los adultos y específicamente a la escuela como contribuyentes fundamentales en el desarrollo del estudiante. Por medio de la Zona de Desarrollo Próximo, el estudiante con la ayuda de los otros, docentes o pares, aprende a actuar de manera independiente resolviendo problemas de forma autónoma (De Zubiría, 2006).

Vygotsky y Piaget coincidían en considerar al conocimiento como un proceso de interacción entre el sujeto y su medio, sin embargo, Piaget se refería al aspecto físico, mientras que Vygotsky incluía como esencial el aspecto social y cultural (Vygotsky, 2012). De ahí que, a Vygotsky, además de pertenecer al modelo constructivista se le reconozca como constructivista social.

Con respecto a este modelo pedagógico, se puede afirmar que muestra lo fundamental que son los docentes en el desarrollo de sus estudiantes para lograr el objetivo de alcanzar los procesos cognitivos y afectivos de orden superior. Es así como el docente enfatiza en las actividades manipulativas y en el trabajo en grupo en lugar de utilizar como estrategia la clase magistral. En otras palabras, el docente se convierte en un facilitador del conocimiento (De Zubiría J. , 2006).

En Díaz Barriga et al (2010), se afirma que diversos autores con diferentes posiciones o puntos de vista se encuentran dentro del enfoque constructivista, pero todos comparten la concepción constructivista del aprendizaje escolar en la idea de que la finalidad de la educación (que se imparte en las instituciones educativas) es promover los procesos de crecimiento personal del estudiante, en el marco cultural del grupo al que pertenece. El principio consiste en lo que Coll llama *la idea fuerza constructivista*:

> Es la idea fuerza más potente y también más ampliamente compartida […] conduce a concebir el aprendizaje escolar como un proceso de construcción del conocimiento a partir de los conocimientos y las experiencias previas y la enseñanza como una ayuda a este proceso de construcción (Coll, 1996).

Cuando el ser humano se ve enfrentado a un nuevo conocimiento o nueva información, ya sea teórica, objetiva o interpersonal, surge la necesidad de encontrar y darle el sentido a ese conocimiento o información. En el aula de clase para que un nuevo conocimiento pueda tener sentido para el aprendiz, los docentes deben fundamentarse en los siguientes 5 principios: 1) Indagar el punto de vista de los estudiantes y darle el valor que se merecen; 2) Desafiar a los estudiantes, en términos de las creencias y supuestos que traen; 3) Plantear problemas a los cuales los estudiantes se sientan conectados y que sean relevantes en su vida; 4) Estructurar las clases alrededor de ideas globales o conceptos generales; 5) Evaluar el aprendizaje de los estudiantes dentro de los diversos momentos y contextos en los que se les enseña. (Brooks & Brooks, 1999).

Para que los profesores se comporten más como mediadores de los estudiantes y de su contexto y no como informadores y controladores del comportamiento de sus alumnos (Brooks & Brooks, 1999) elaboraron un marco conductual para guiar la práctica de los docentes interesados en transformarse en docentes constructivistas que es la base del formato de observación en la categoría *"Profesor Constructivista"* de este proyecto.

Algunos de los ítems que conforman este formato son: a) Acepta e impulsa la iniciativa y empodera al estudiante dándole autonomía. b) Usa terminología cognitiva tales como: clasificar, analizar, predecir, y crear. c) Anima a sus estudiantes a participar en diálogos ya sea con el docente o con sus compañeros de clase. d) Anima a sus estudiantes a que realicen preguntas abiertas y bien elaboradas, así mismo los motiva a que se autocuestionen.

Es importante resaltar que el constructivismo ha mostrado una relación positiva con el proceso de enseñanza aprendizaje. (Guarino, Hamilton, Lockwood, Rathbun, & Hausken, 2006) afirmaron que (Sowell, 1989) en su proyecto de investigación, en el nivel de transición, encontró que la utilización de materiales concretos o manipulativos en comparación con la instrucción más abstracta se relacionó con un mejor nivel de desempeño en matemática y una actitud positiva hacia ésta (En kíndergarten y primer grado, $M = 0.52$ $p < .05$). Adicionalmente, (Baroody A. , 1989) citado en (Guarino, Hamilton, Lockwood, & Rathbun, 2006), en un estudio de las mismas características en el mismo nivel concluyó que los manipulativos son especialmente importantes en la etapa inicial del proceso de aprendizaje. Aquí también se encontró que los estudiantes de aquellos profesores que utilizaron la instrucción centrada en el alumno mostraron ganancias con respecto a los profesores que no utilizaron esta instrucción ($d = 0.03$).

Las prácticas modernas que incluyen actividades de aprendizaje en grupos cooperativos, discusiones dirigidas por los estudiantes y técnicas de evaluación con preguntas abiertas, llevan a promover el desarrollo de destrezas y procesos cognitivos de orden superior. En una investigación sobre la influencia del desarrollo profesional en las prácticas docentes y cómo éstas influyen en el desempeño de los estudiantes, Cohen & Hill (2000) encontraron que cuando las prácticas modernas fueron utilizadas con frecuencia, tuvieron una relación positiva en el desempeño de los estudiantes de 4° grado en los exámenes de matemáticas ($N = 163, M_{Framework\ practice} = 3.30, SD = 0.47$).

De otra parte, (Hamilton, y otros, 2003) determinaron que la relación entre el desempeño del estudiante y el uso de estrategias instruccionales de las prácticas modernas, tienden a ser positivas pero en un grado muy bajo, particularmente cuando se relacionan con nivel socio económico o etnicidad ($R^2 = 0.051$) = regresión para prácticas modernas-agrupación ($r = 0.051$); diferencias entre estimaciones agrupadas de los formatos($r = 0.031$) También se encontró que, en la relación de las prácticas con el desempeño del estudiante en matemáticas, no tiene relevancia el tipo de práctica utilizada por el docente pues la diferencia entre ellas es muy pequeña. ($\alpha_{Moderna} = 0.92\ y\ \alpha_{Tradicional} = 0.70$).

(Rockoff, 2004) y (Rivkin, Hanushek, & Kain, 2000) encontraron que la eficacia del profesor tiene un impacto importante en el rendimiento del estudiante, sin embargo, las características observables sólo explican una pequeña parte de las cualidades del docente, la mayor variación se debe a factores que no se miden directamente. De acuerdo a las características observables y no observables del profesor, en (Rockoff, 2004) se observaron las siguientes variaciones para los efectos fijos en cálculo matemáticos: $(SD_{Bruta} = 0.28;\ SD_{ajustada} = 0.11, e = 0.02)$ y la variación de efectos fijos en conceptos matemáticos $(SD_{Bruta} = .30;\ SD_{ajustada} = 0.10, e = 0.04)$. En (Rivkin, Hanushek, & Kain, 2000) y (Hanushek, Kain, O'Brien, & Rivkin, 2005) se concluye que tanto los profesores como la escuela son importantes para el desempeño del estudiante.Los aumentos en los desempeños se relacionan con las características observables de los profesores y con las características del colegio, pero los resultados muestran efectos pequeños y estos efectos se presentan generalmente en los estudiantes más pequeños. $\left(M_4 = -0.01\ SD = 0.70;\ M_5 = 0.01, SD = 0.64;\ M_6 == .02, SD = 0.61;\ M_7 = -0.02, SD = 0.55\right)$.

Debido a las conclusiones anteriores, investigadores como (Lavy, 2011), (Bietenbeck, 2014) e (Hidalgo-Cabrillana & Lopez-Mayan, 2015) han centrado sus investigaciones en las prácticas de instrucción generadas por los profesores en el aula de clase y no, en las características del docente para identificar las prácticas más efectivas.

En consecuencia, (Lavy, 2011) hizo un estudio longitudinal en Israel tomando medidas de losestudiantes en 5° grado (2002) y luego en 8° grado (2005) utilizando el test estandarizado GEMS (Growth and Effectiveness Measures for Schools). En este estudio encontró que las prácticas tradicionales promueven la comprensión y el fortalecimiento del conocimiento y que tienen una gran influencia en los resultados de los exámenes estandarizados $(M_{Conoc\ y\ Comp\ 5} = 0.76, SD = 0.05;\ M_{Conoc\ y\ Comp\ 8} = 0.65, SD = 0.07)$. También encontró que las prácticas modernas refuerzan el pensamiento crítico y el análisis. Esto se concluye a través de los resultados de los exámenes, cuando están diferenciados por subgrupos de estrato socioeconómico o género, siendo el estrato alto y el género masculino en el que se presenta un desempeño mayor en este tipo de pensamiento.*(Efecto niños*$_{critico\ y}$

$_{analítico\ 5}$ = 0.742;Efecto niños$_{critico\ y\ analítico\ 8}$ = 0.887 Alto ES $_{critico\ y\ analítico}$ = 0.631). Adicionalmente, Lavy(2011), concluye que no existe ninguna rivalidad entre las prácticas tradicionales y las modernas, y que el uso de una práctica no evita ni anula la otra. Asegura que el docente puede utilizar indistintamente las prácticas de acuerdo a las diferentes destrezas o género de sus estudiantes, es decir que pueden coexistir en las aulas de clases en función a la elaboración o construcción del conocimiento.

En la misma línea (Bietenbeck, 2014) estudia la relación entre los efectos de las prácticas tradicionales y modernas sobre el desempeño de los estudiantes en matemáticas de los resultados TIMSS (2007). Concluye que las prácticas tradicionales ($M_{Trad} = 3.09\ SD = 0.28$) tienen un efecto positivo y significativo sobre el resultado total del examen, mientras que las prácticas modernas ($M_{Mod} = 2.79\ SD = 0.33$) tienen un efecto positivo pero estadísticamente insignificante. Este investigador hace un aporte innovador al dividir las preguntas del TIMSS de acuerdo a los procesos cognitivos y las separa en *saber*, que corresponde al 37% de las preguntas del examen, *aplicar*, que corresponde al 41% y *razonar* que corresponde al 22%. El trabajo muestra una correlación positiva entre los resultados totales del TIMSS con las prácticas tradicionales ($r = 0.151, p < 0.001$), con el conocimiento ($r = 0.222, p < 0.001$), con la aplicación ($r = 0.136, p < 0.05$) y una correlación negativa con el razonamiento ($r = -0.039, p > 0.05$). De la misma forma, las prácticas modernas tienen una correlación positiva con el razonamiento pero poco significativa ($r = 0.064, p > 0.05$), igualmente con el conocimiento ($r = 0.037, p > 0.05$) y con la aplicación ($r = 0.016\ p > 0.05$). Sin embargo, las destrezas de razonamiento que promueven las prácticas modernas en el examen solo se reflejan en un 22% mientras que las destrezas que reflejan las prácticas tradicionales se reflejan en un 78% del examen, lo que no permite que se vea la influencia de la práctica moderna completamente.

Es importante tener en cuenta que estos exámenes no reflejan información acerca de los procesos mentales que contribuyen al rendimiento de los estudiantes (Throndsen, 2011). Si se quiere desarrollar las destrezas de razonamiento que utilizan los estudiantes en su vida laboral, se debe hacer una revisión a la forma como se están estructurando las pruebas estandarizadas. Debido a esto, (Bietenbeck, 2014) concluye que las prácticas impactan al desempeño del estudiante pero que las conclusiones necesitan profundizarse para enfocarse en lo que verdaderamente identifica las mejores prácticas.

Reforzando lo anterior, (Hidalgo-Cabrillana & Lopez-Mayan, 2015) afirman que hoy en día se enfatiza en seguir la propuesta moderna de las nuevas corrientes en educación, en contraposición a la enseñanza tradicional, sin embargo, hasta el momento hay poca evidencia sobre cómo estos diferentes estilos de enseñanza afectan la adquisición de destrezas. Por ello, su estudio se enfocó en explorar hasta qué punto las prácticas modernas o tradicionales se relacionan con los desempeños de matemáticas. Este estudio difiere de todos los anteriores ya que, no sólo se fundamenta en las respuestas de los estudiantes ($M_{Trad} = 3.28\ SD = 0.24;\ M_{Mod} = 2.19\ SD = 0.30$) como siempre se ha hecho, sino que tiene en cuenta el criterio de los docentes. ($M_{Trad} = 2.96\ SD = 0.45;\ M_{Mod} = 2.27\ SD = 0.43$). De esta manera, observaron que cuando los resultados de las prácticas modernas o tradicionales son reportados por los profesores, no se encuentra ninguna diferencia estadística; en contraste, cuando lo reportan los estudiantes, la práctica moderna tiene un efecto negativo y con una significancia estadística; mientras que, la enseñanza tradicional tiene un menor impacto pero, positivo.

Se reportó que los profesores utilizaban en sus clases las prácticas tradicionales en un 66% del tiempo, mientras que, las modernas se utilizaban en un 43%.Se concluyó que las prácticas tradicionales y modernas coexisten en el día a día de un profesor como lo reportaron algunos docentes. En las prácticas tradicionales se midió utilizando las siguientes categorías: casi todo el tiempo enseño explicando; los estudiantes trabajan ejercicios o actividades propuestas por el profesor; los estudiantes trabajan individualmente; mientras enseño, le pregunto a los estudiantes acerca del tema. Para medir las prácticas modernas se utilizaron las siguientes categorías: los estudiantes exponen trabajos o temas a sus compañeros; promuevo discusiones; los estudiantes trabajan en grupos pequeños; permito que los estudiantes aclaren dudas mientras enseño. Las correlaciones de positivas y significativas de estas prácticas se muestran a continuación: casi todo el tiempo enseño explicando y los estudiantes exponen trabajos o temas a sus compañeros $(r = 0.09, SD = 0.01, p < .05)$; los estudiantes trabajan ejercicios o actividades propuestas por el profesor y promuevo discusiones $(r = 0.09, SD = 0.02, p < .05)$; los estudiantes realizan ejercicios o actividades propuestas por el profesor y permito que los estudiantes aclaren dudas mientras enseño $(r = 0.26, SD = 0.00, p < .05)$; los estudiantes trabajan individualmente y permito que los estudiantes aclaren dudas mientras enseño $(r = 0.09, SD = 0.02, p < .05)$; mientras enseño, le pregunto a los estudiantes acerca del tema y los estudiantes exponen trabajos o temas a sus compañeros $(r = 0.11, SD = 0.00, p < .05)$; mientras enseño, le pregunto a los estudiantes acerca del tema y promuevo discusiones $(r = 0.19, SD = 0.00, p < .05)$; mientras enseño, le pregunto a los estudiantes acerca del tema y permito que los estudiantes aclaren dudas mientras enseño $(r = 0.46, SD = 0.00, p < .05)$.

La correlación entre la práctica tradicional y la moderna es de $(r = 0.11, p < .05)$, significativa positiva pero pequeña. Esto demuestra que tanto los estudiantes como los profesores tienen la misma percepción pero su tamaño muestra que hay diferencias entre ellas. Por ello, los investigadores concluyen que las prácticas modernas están relacionadas con un mejor desempeño de los estudiantes, mientras que las prácticas tradicionales, parecen ser perjudiciales.

La magnitud del coeficiente es mayor cuando las prácticas están reportadas por los estudiantes. El efecto de las prácticas modernas es positivo y significativo al incluir las dos variables, incluyendo las variables de control del profesor y del estudiante.El coeficiente es de 0.21, lo que indica que por cada incremento del 10% en la variable práctica moderna se asocia con un 2.1% de desviación estándar en el incremento de los resultados de los exámenes. Así, el efecto de la práctica tradicional es pequeño y no significativo.

La práctica docente en las matemáticas y en preescolar

Tomando como base lo expuesto anteriormente, este aparte se centrará en el ámbito de las matemáticas el cual es el eje central de este trabajo. Analizando la práctica docente en matemáticas, Serres (2007) afirma que la matemática se aprende en la vida y en la escuela. Por ello, los docentes diseñan actividades de aprendizaje para que los estudiantes adquieran y reconstruyan el conocimiento matemático, es decir, crean condiciones para que se dé tal reconstrucción. Para elaborar esas actividades los docentes se basan en su experiencia y en sus conocimientos que se traducen en prácticas, en acciones con una meta de aprendizaje específica. Para el caso específico de los docentes de matemáticas, se ha encontrado que para que los docentes fijen su atención en los conocimientos de didáctica de la matemática, deben primero tener y estar seguros de sus conocimientos matemáticos (Curi, 2004; Valdez, 2001).

Rojas (2010) concluye que la práctica es un reflejo del conocimiento, pero también de destrezas y actitudes, por lo cual es necesario evaluar la forma en que se pone en juego el conocimiento para la enseñanza y la calidad matemática docente.

En su trabajo Rowan, Correnti, & Miller (2002) analizaron los efectos que la calidad de los docentes y su práctica tenían sobre el desempeño de los estudiantes. Para este estudio se utilizó un conjunto de datos longitudinales en escuelas con estudiantes que iniciaron el tercer grado elemental y terminaron el sexto grado en EE.UU. en la década de 1990. Dentro de los resultados que arrojó el estudio, encontraron que las certificaciones en matemáticas de los docentes no ejerce un efecto sobre el desempeño de los estudiantes sin embargo, encontraron una relación positiva entre la experiencia del docente y el incremento de los conocimientos de los estudiantes en el subgrupo de los estudiantes de los últimos niveles ($d = .18$). Entre un pequeño conjunto de prácticas pedagógicas examinadas, sólo el *tiempo dedicado a la instrucción de toda la clase* se relaciona positivamente con el rendimiento en matemáticas ($d = .12$).

Ball, Hill, & Bass (2005) autores reconocidos a nivel de investigación en conocimiento matemático para la enseñanza de la matemática afirman que, éste surge a partir de estudios referentes a la práctica docente en el ámbito matemático y a la identificación de las tareas habituales que realizan los profesores, quienes a su vez requieren conocimientos específicos en pedagogía, razonamiento y conocimiento de la materia. En este sentido, las autoras definen el conocimiento matemático para la enseñanza como “una clase de conocimiento profesional de las matemáticas muy diferente al exigido y utilizado en otros oficios que implican la presencia y el desarrollo de las matemáticas, tales como ingeniería, física, contabilidad, carpintería”, y han encontrado que éste tiene una influencia positiva en la práctica docente. Si el docente tiene un nivel bajo de conocimiento sobre el contenido de su materia puede llevar a una enseñanza de baja calidad, repercutiendo en los aprendizajes de los estudiantes, con lo cual ellos proponen una práctica basada en el conocimiento matemático para la enseñanza. Una investigación que explica lo señalado fue llevada a cabo por (Ma, 1999), en el cual se realizó un estudio comparativo entre profesores de primaria de Estados Unidos y de China en donde se concluye que la profundidad y flexibilidad de la comprensión de las matemáticas de los profesores chinos les proporciona un amplio repertorio de estrategias pedagógicas para representar y explicar el contenido matemático en mayor grado respecto a los profesores de Estados Unidos.

Por otra parte, (Hill, Rowan, & Ball, 2005) compararon los efectos del conocimiento matemático de los docentes de primer y tercer grado con el logro académico de los estudiantes y encontraron que el conocimiento matemático de los profesores predice positivamente un aumento del conocimiento de los estudiantes de estos grados ($M_{Primero} = 466.6, SD = 41.5$). Presentaron una ganancia promedio ($M_{Primero} = 57.6, SD = 34.6, error = 1.31$); el puntaje inicial en matemáticas en tercero ($M_{Tercero} = 563.7, SD = 36.2$); arrojando una ganancia promedio ($M_{Tercero} = 39.4, SD = 33.1, error = 0.97$). Esto refuerza la afirmación del Ministerio de Educación de Ontario (2006) sobre el conocimiento matemático de los profesores: "el conocimiento matemático de los profesores y las destrezas que éste aplica en el salón de clases son los factores que tienen mayor impacto en el aprendizaje de los estudiantes". Adicionalmente, un dato que asombró a los investigadores de este estudio fue el haber encontrado que el conocimiento matemático de los profesores tuvo un impacto sobre el desempeño académico de los niños de primer grado ya que, no se esperaba que esto tuviera relevancia en la enseñanza de contenidos matemáticos básicos (Ontario Ministry of Education, 2006).

De acuerdo a Hanushek K. (2002) las certificaciones y experiencias del docente no son los factores que influyen en los resultados que miden la alta calidad de un profesor. Por ello, Schacter & Thum (2004) encontraron en su estudio que, para mejorar la calidad de los docentes, los investigadores se deben enfocar en su práctica docente y no en sus cualificaciones. En este estudio, los investigadores incluyeron como práctica docente elementos tales como: conocimiento del profesor sobre el contenido, objetivos de la clase, uso de preguntas, retroalimentación, trabajo en grupo y desarrollo de procesos de pensamiento y hallaron que estas características de su práctica genera en sus estudiantes incrementos considerables en su desempeño académico (γ_{32} = 0.68; $s.e.$ = 0.19; t = 3.50).

Comparando el número de estudios que tienen en cuenta los antecedentes y características del profesor, se ha encontrado que las prácticas docentes han recibido menos atención en la literatura de investigación. Esto se debe, en parte, a que la práctica docente tiende a ser más difícil de medir y de cuantificar. Los estudios que han tomado medidas directas de la práctica docente han encontrado importantes efectos en el aprendizaje de los estudiantes, mientras que, los estudios que se enfocan en las características observables de los docentes explican poco acerca de la efectividad del docente (Schacter & Thum, 2004).

(Kane, Rockoff, & Staiger, 2006) utilizaron los datos de 6 años de estudiantes de cuarto a octavo grado (1988-1999 hasta 2003-2004) de los exámenes estandarizados en la ciudad de Nueva York para hacer un estudio longitudinal donde buscaban evaluar la efectividad de docentes certificados (graduados de facultades de pedagogía), no certificados y alternativamente certificados (profesionalización) y determinaron que la certificación para ser docente no es concluyente del buen desempeño de los estudiantes en los exámenes. No se encontró diferencia alguna entre los profesores certificados y los profesores universitarios ni entre los profesores certificados y los no certificados en cuanto a su influencia en los resultados en matemáticas de sus estudiantes. Las variaciones en la calidad de la enseñanza entre grupos de acuerdo al desempeño de los estudiantes en matemáticas fue: Elemental $(Principiantes: SD = 0.21\ Cov = 0.12;\ Certificados\ Tradicionales\ SD = 0.20\ Cov = 0.12;\ No\ certificados\ SD = 0.22\ Cov = 0.12; Universitario\ SD = 0.22\ Cov = 0.12)$ en la escuela media $(Novatos: SD = 0.16\ Cov = 0.09;\ Certificados\ Tradicionales\ SD = 0.16\ Cov = 0.08;\ No\ certificados\ SD = 0.16\ Cov = 0.09; Universitario\ SD = 0.16\ Cov = 0.09)$ en la Escuela Media en el mismo nivel o grado $(Novatos: SD = 0.16\ Cov = 0.10;\ Certificados\ Tradicionales\ SD = 0.16\ Cov = 0.10;\ No\ certificados\ SD = 0.17\ Cov = 0.10; Universitario\ SD = 0.16\ Cov = 0.10)$.

Por otro lado, en la investigación de (Kane, Taylor, Tyler, & Wooten, 2010) se realizaron observaciones de clases por personal entrenado y externo a las escuelas, para identificar las prácticas que con mayor posibilidad aumentan el desempeño de los estudiantes. Para ello, se utilizaron los resultados de las pruebas TES en los colegios públicos de Cincinnatti desde 2000-2001 hasta 2008-2009 y el cuestionario de Charlotte Danielson's *Mejorando la Práctica Profesional: Un marco para la Enseñanza* que incluye en la observación del docente 4 ámbitos: Ámbito 1: planeación y prepraración para el aprendizaje del estudiante; Ámbito 2: crear un ambiente para el aprendizahe del estudiante; Ámbito 3: enseñando para el aprendizaje del estudiante; Ámbito 4: profesionalismo (compromiso y responsabilidades escolares). Los resultados del trabajo muestran evidencias más contundentes que otros estudios en cuanto a la observación de clases, ya que involucran otros elementos de la enseñanza que se relacionan con el desempeño del estudiante, tal como lo muestra la relación entre el resultado de los estudiantes en las pruebas TES con el resultado de los principales componentes de estas pruebas, en el promedio de sus 8 estándares ($r = 0.171, e = 0.071, p < 0.05$). Esto significa que si el estudiante estuvo con un profesor que se encontraba en un percentil alto en la clasificación entonces, el estudiante tuvo un desempeño alto y por lo tanto, obtuvo un resultado alto en las pruebas TES. Ahora, si se compara el ámbito 2 y 3 se tiene que los estudiantes que se encontraron en clases con muy buenos ambientes y buenas instrucciones de enseñanza lograron un mejor desempeño y por lo tanto, alcanzaron un mejor resultado en las pruebas TES ($r = 0{,}249, e = 0.086, p < 0.01$).

(Le, y otros, 2006) concluyeron que no se encontraron relaciones consistentes entre las prácticas centradas en el estudiante y el rendimiento en matemáticas, unos resultados positivos, otros negativos pero sin significancia estadística, en un estudio longitudinal de tres años en estudiantes de tercer grado de cinco distritos en los EE.UU. Los resultados evaluados en la categoría prácticas de instrucción con preguntas en resolución de problemas dieron un nivel de significancia positivo para prácticas basadas en la reforma completa ($r = 0.1$) pero mostraron resultados negativos para las preguntas que debían medir las habilidades del estudiante en procedimientos matemáticos.

La importancia del docente en el desempeño de los estudiantes se refleja en investigaciones como la de Aaronson, Barrow, & Sander (2007), quienes afirman que la principal conclusión de su investigación es que los profesores son un elemento importante en el desempeño de los estudiantes. En este estudio, entre profesores y estudiantes de 8˚ y 9˚ Grado, se relacionaron los resultados de los exámenes de estado de Chicago (USA) con el impacto que generan los profesores de matemáticas. Se muestran los promedios de los estudiantes en matemáticas: (Todos los estudiantes: $M_{Octavo} = 7.75, SD = 1.55$; $M_{Noveno} = 9.7, SD = 2.74$; $Variación\ entre\ 8° \ y\ 9° = 1.15\ SD = 1.89$; Estudiantes con pruebas en 8° y 9° $M = 8.07$, SD $= 1.41$; $M_{Noveno} = 9.21$ SD $= 2.64$; $Variación\ entre\ 8° \ y\ 9° = 1.14, SD = 1.75$). Es importante resaltar que sólo en la última década los científicos sociales han tenido acceso a datos que permiten verificar y estimar la magnitud de estos efectos aunque esta idea ya se percibía entre los trabajadores del sistema educativo y este estudio corroboró esa idea.

De acuerdo a (Hanushek, Kain, O'Brien, & Rivkin, 2005) en su trabajo en estudiantes de 4° a 8° Grado en Texas (USA) durante 1995/1996 y 2000/2001 determinaron que la varianza ($s^2 = 0.047$, SD = 0.22) indica que existen diferencias en la calidad del docente cuando se compara con el incremento del desempeño en matemáticas. Es decir que, un alumno que tiene un profesor de percentil 85 se espera que aumente su desempeño en al menos 0.22 desviación estándar por encima de aquel estudiante que tiene un profesor del percentil mediano.

(Goe & Stickler, 2008) expresan que aunque varios estudios previos han utilizado datos de encuestas ECLS (Early Childhood Longitudinal Studies- Estudios Longitudinales para Matemáticas Tempranas) que examinaron la relación entre el rendimiento de los estudiantes y las características observables de los profesores y sus prácticas, relativamente pocos han examinado estas relaciones en el contexto de la enseñanza de las matemáticas tempranas. De acuerdo a Guarino et al (2006) la falta de investigaciones se debe principalmente a la escasez de datos que vinculan los resultados de los estudiantes con las características de sus profesores. Por otra parte, aunque muchos estudiosos del tema y responsables de las políticas educativas están de acuerdo en que las experiencias familiares y escolares son fundamentales en los niños en edad temprana, existe relativamente poca investigación acerca de los efectos de los docentes sobre los resultados educativos de los niños pequeños.

En el trabajo de (Pianta R. , La Paro, Payne, Cox, & Bradley, 2002) en kindergarten con una muestra de 223 niños situados en 120 colegios, algunos urbanos pero la mayoría localizados en zonas suburbanas o rurales, se buscaba relacionar el nivel de la calidad de las clases observadas con el desempeño del estudiante. En este contexto, la calidad se define como las variables de la clase que presumimos afectan el desarrollo del niño. Esto incluye las prácticas relacionadas con el manejo de actividades y del tiempo (ej. que tánta instrucción ocurre y en qué clase de escenario), interacción entre el profesor y el estudiante (sensiblidad en el comportamiento del docente) y niveles de calidad en la clase (clima emocional). En las tres dimensiones medidas, ambiente de instrucción, ambiente centrado en el estudiante, actitud positiva del docente, se relacionó positivamente con la enseñanza de destrezas académicas ($r_{Ins} = 0.251\ p < 0.001$). En cuanto a la actitud positiva del docente se relacionó de manera positiva y significativa con las tres dimensiones ($r_{Ins} = 0.276, p < 0.001$; $r_{Cent\ est} = .209, p < 0.01$; $r_{PosDoc} = .231, p < .001$). Por otra parte, en cuanto a la actitud negativa del docente se relacionó de manera negativa y significativa con las tres dimensiones ($r_{Ins} = -0.136, p < 0.05$; $r_{Cent\ est} = -.332, p < 0.001$; $r_{PosDoc} = -.331, p < .001$). En kindergarten, donde el propósito es mejorar los desempeños de los estudiantes, éstos presentan un incremento en su desempeño cuando existe en el aula alta frecuencia de interacciones de instrucciones entre el niño y el docente.

En su investigación, (Guarino, Dieterle, Bargagliotti, & Mason, 2011) se apoyan en tres estudios previos en donde se estiman los efectos de las características de los docentes y las prácticas de enseñanza del docente con el rendimiento de matemáticas tempranas en los primeros niveles de escolaridad.

El primer estudio es el de (Guarino, Hamilton, Lockwood, Rathbun, & Hausken, 2006), centrado en preescolar, concluye que en su investigación cuando el profesor dedicaba 60 min al día o más a cualquiera de las prácticas instruccionales en matemáticas tenían un efecto positivo pequeño sobre aquellos que no le dedicaban ese tiempo ($d = 0.23\ a\ 0.30$); igualmente, el indicador de ciclo tiempo completo promovía mayores rendimientos en los estudiantes en matemáticas ($d = 0.15\ a\ 0.30$), también muestra un efecto pequeño. De la misma manera, cuando había un tiempo mayor entre el examen de otoño y el de primavera se asociaba con rendimientos positivos pequeños ($d = 0.13$)para todas las categorías.

El segundo trabajo es el de (Bodovski & Farkas, 2007) que estuvo centrado en preescolar y determinó que el nivel de conocimiento matemático a la entrada del kindergarten afecta los desempeños en matemáticas de los estudiantes. Los resultados muestran que un estudiante promedio tiene una media de ($M_{Prom} = 21.96, SD = 2.28$) y presenta ganancias durante el kindergarten ($G_K = 10.17, SD = 6.30$), durante el primer grado presentó ganancias de ($G_1 = 23.28, SD = 10.10$) y durante el segundo y el tercer grado presentó ganancias de ($G_{2-3} = 29.73, SD = 11.19$). Pero cuando se analizaron los resultados por los percentiles de agrupación en conocimiento matemático, el percentil “menores que el 25%” (más bajo) presenta un incremento en el desempeño en matemáticas de $G_{menor\ 25} = 56.3$ *puntos*; entre el percentil 26-50 (bajo medio) presenta un incremento en el desempeño en matemáticas de $G_{50} = 62.5$ *puntos*; entre el percentil 51-75 (medio) $G_{75}=67.2$; los del percentil arriba de 75 (más alto) presentan una ganancia de *66.8 puntos*, lo que indica que a menor nivel de conocimiento matemático menor ganancia. También encontraron que para que haya una diferencia en el desarrollo del conocimiento matemático en el grupo de bajo rendimiento es indispensable el conocimiento básico de número y su competencia.

El tercer estudio es el de (Palardy & Rumemberg, 2008) que se centró en primer grado, determinaron que las prácticas de instrucción son las que tienen la mejor asociación con el aprendizaje del estudiante. Los investigadores concluyeron que, en teoría, el peso de las prácticas instruccionales en el aprendizaje del estudiante es directo, mientras que las actitudes y las cualificaciones del profesor marcan indirectamente en su práctica y éstas a su vez, se encuentran asociadas con las prácticas instruccionales desarrolladas en el aula. Uno de los ítems que presentó una asociación positiva en la ganancia de las matemáticas fue la frecuencia del uso de ejercicios de práctica en matemáticas ($d = 0.02, p < 0.10$), al igual que el trabajar con problemas de calendario($d = 0.03, p < 0.01$), mientras que la frecuencia en el uso de manipulativos de geometría tuvo una relación negativa con la ganancia en matemáticas($d = -0.03, p < 0.05$) El efecto combinado entre actitud y las prácticas de instrucción del profesor se relacionó con un aumento del *0.11* en matemática, mientras que las certificaciones del profesor no tuvieron efecto alguno en el rendimiento en matemáticas. Más aun, ni la experiencia del docente ni el tener un diploma de alto grado tuvieron incidencia en la ganancia en matemáticas, pero esto no implica que los docentes no tengan un alto impacto en el aprendizaje de sus estudiantes. Se estimó que el tamaño del efecto en la ganancia en el aprendizaje de matemáticas fue de *0.25*.

Con base en los estudios anteriormente citados (Guarino, Dieterle, Bargagliotti, & Mason, 2011) concluyeron en su trabajo que en kindergarten las prácticas instruccionales relacionadas con manipulativos para hacer conteo ($r = 0.0544\, p < 0.01$) y el trabajo de problemas en el tablero ($r = 0.0359, p < 0.01$) tuvieron un efecto positivo y significativo en el incremento del conocimiento matemático. En primer grado, los docentes que motivaban a sus estudiantes a explicar como se resuelve un problema matemático ($r = 0.0494\, p < 0.01$) tuvo una relación positiva y significativa con la ganancia en conocimiento matemático (aumento de .05 en le escala IRT y estadísticamente significativa). De los resultados se puede concluir que unas prácticas que son efectivas para primer grado no son efectivas para kindergarten y viceversa y debido a esto, los autores deducen que lo más probable es que se deba a las diferencias en el desarrollo cognitivo de los individuos durante estos dos grados. Lo que se reduce a que, a pesar de que son edades "parecidas", las estrategias efectivas para las prácticas muestran que cada nivel debe enfocarse en lo que es relevante para tener un buen desarrollo matemático de acuerdo a su nivel cognitivo.

Engels, Claessens, & Finch (2011) al estudiar las correlaciones entre las prácticas docentes y el cubrimiento total del contenido del curso encontró que las características, el conocimiento y la experiencia del profesor no influyen de manera directa sobre el desempeño del estudiante. A pesar de esto, los autores afirmaron que las prácticas instruccionales del docente y el cubrimiento del contenido tienen una influencia importante en las destrezas matemáticas tempranas de los niños. A la entrada de kindergarten los estudiantes tuvieron un promedio en matemáticas de ($M_{Mat\ Analitic} = 26.71, SD = 9.12$; $M_{MatFullSample}\ 26.13, SD = 9.04$). De acuerdo a los niveles de competencia en el momento de hacer la medición del nivel de matemáticas, el número de estudiantes que han dominado el Nivel 1 ($figuras\ básicas\ y\ destrezas\ básicas\ M_1 = 0.94, SD = 0.15$) es del *95%*; el número de estudiantes que han dominado el Nivel 2 ($patrones\ y\ medidas\ M_2 = 0.58, SD = 0.34$) es del *62%*; el número de estudiantes que han superado el Nivel 3 ($valor\ posicional\ y\ monedaM_3 = 0.23, SD = 0.31$) es del *25%* y el número de estudiantes que han superado el Nivel 4 ($suma\ y\ restaM_4 = 0.04, SD = 0.13$) es del *7%*.

Concluyeron en su investigación que, dependiendo del nivel de entrada del alumno, la instrucción seguida por el profesor tendría una incidencia positiva o negativa en su desempeño en matemáticas. Es decir, el tiempo dedicado a las destrezas y figuras básicas dio una relación negativa con el rendimiento del estudiante ($r_1 = -0.022, p < 0.01, error = 0.008$; $r_2 = -0.021, p < 0.01, error = 0.008$; $r_9 = -0.042, p < 0.01, error = 0.010$; $r_{10} = -0.033, p < 0.01, error = 0.010$) ya que casi todos los estudiantes las manejaban correctamente, por lo tanto no hubo una variación en su rendimiento, mientras que el tiempo dedicado a valor posicional y moneda tuvo una incidencia positiva en el rendimiento académico de los estudiantes. ($r_5 = 0.036, p < 0.01, error = 0.008$; $r_6 = 0.031, p < 0.01, error = 0.008$; $r_9 = 0.041, p < 0.01, error = 0.009$; $r_{10} = 0.035, p < 0.01, error = 0.008$) ya que solamente un cuarto de los estudiantes manejaba este conocimiento. En este ítem se observaron ganacias en el rendimiento de los estudiantes.

Los investigadores Curby, Ponitz, & Rimm-Kaufman (2009) examinaron la relación existente entre los logros alcanzados por los estudiantes en kindergarten y las trayectorias de los logros alcanzados en primero elemental. En el kindergarten el promedio inicial de Problemas Aplicados era de $\left(M_{P\ Apl} = 425.69\right)$ (y tenía una pendiente o razón de crecimiento de 1.90). Al analizar la variable apoyo instruccional para el aprendizaje se observó que los estudiantes en kindergarten tenían mas apoyo instruccional que en primer grado ($M_k = 3.00, SD = 0.84$; $M_1 = 2.36, SD = 0.58, t(71) = 3.80, p < .001$), es decir, que los profesores de kínder tenían un mayor nivel de apoyo en las instrucciones que los profesores de primer grado, aunque debido a la variación estándar se muestra mayor variabilidad en los profesores de kínder que en los de primer grado.

También, encontraron que las clases que mostraban altos niveles de organización se relacionaban de manera positiva con los altos logros académicos de los niños al igual que un nivel superior de autocontrol. De acuerdo a (Isaacs & Manguson, 2011; Isaacs J. , 2012) muchos de los niños que llegan a la escuela con niveles de destreza académica por debajo de lo esperado, provienen de bajo estrato socioeconómico y muchas veces complejas situaciones familiares Se encontró así, que la influencia del nivel socioeconómico y educativo es tal que, el hecho de que los abuelos hayan tenido un nivel socioeconómico y educativo bajo, y que luego el padre y la madre también, tienen incidencia directa en el nivel de desempeño de matemáticas del niño al ingresar la escuela. ($r_{Abuelos} = -0.35$; $r_{Padre} = -0.44$; $r_{Madre} = -0.56$), siendo esta última, la de mayor influencia en el nivel de desempeño de matemáticas del niño al ingresar a la escuela.

En un estudio posterior (Isaacs J. , 2012) investiga otros factores que colaboran en el bajo nivel de desempeño de los niños al ingresar a la escuela formal y encuentra que no sólo la pobreza ($r = -.286\ p < .001$) y los bajos niveles de educación de los padres ($r_{Madre} = -.203, p < .001; r_{Padre} = -.126, p < .05$) son factores de riesgo para los estudiantes, sino también el hecho de que sus padres tengan: bajas habilidades y conocimientos en pautas de crianza ($r = -0.256, p < .001$); altos niveles de consumo de cigarrillo ($r = 0.38, p > .05$) y altos niveles de depresión en las madres ($r = -0.125, p < .10$). La autora concluye que menos del 48% de los estudiantes de estrato socio económico bajo están listos para ingresar a la escuela a la edad de 5 años, mientras que, al compararlos con los estudiantes del estrato medio-alto, se observa que el 75% de estos estudiantes se encuentran listos para ingresar a la escuela a la edad de 5 años, mostrando una diferencia del 27%.

Se puede concluirque se ha encontrado que el tipo de enseñanza que resulta adecuada para un estudiante con bajo rendimiento en la escuela no necesariamente debe ser igual el tipo de enseñanza que se le debe proveer a un estudiante de alto rendimiento; de hecho, debe ser distinto debido a las diferencias y necesidades existentes por el nivel de las destrezas académicas y el crecimiento en general de estos niños (Stipek D. , 2004).

En general, no hay evidencia de cuáles son las prácticas que realmente son efectivas ni para quién lo son pero, sin lugar a dudas, ya se están haciendo las investigaciones al respecto y además enfocadas en kindergarten. En el trabajo de Leak & Farkas (2011) utilizando una base de datos nacional, se relacionan el desempeño del estudiante con tres aspectos del docente: 1) efecto del nivel del conocimiento del docente, 2) influencia de cursos tomados y 3) certificación específica en kindergarten. Los resultados mostraron que al iniciar el kindergarten el promedio en matemáticas fue de ($M_{Fall} = 20.00, SD = 7.34$) y al finalizar el promedio fue de ($M_{Spring} = 28.22, SD = 8.75$). Se revisaron las relaciones al respecto y los autores concluyeron que las credenciales y títulos o diplomas, en general, tienen poco impacto en el desempeño estudiantil en el área de las matemáticas de kindergarten ($r_{Cred} = 0.011, p > 0.05, error = 0.011$; $r_{Master} = 0.008, p > 0.05, error = 0.011$). La influencia de los cursos en matemáticas y en el desarrollo de la niñez recibidos por los docentes parecen no tener un efecto significativo en los resultados de matemáticas, cuando son menos de tres, ya que la variable genera un resultado significativo a partir de los docentes que han tomando 3 o más cursos ($r_{3-5} = 0.038, p < 0.05, margen\ de\ error = 0.018$; $r_6 = 0.042, p < 0.05, margen\ de\ error = 0.021$). El docente del área de elemental que se encuentra certificado ($M = 0.80, SD = 0.40$) tiene un efecto positivo y significativo mostrado por el incremento del conocimiento matemático del estudiante de kindergarten, para el modelo 1, ($r_1 = 0.049, p < 0.001, margen\ de\ error = 0.012$) y para el modelo 2 ($r_2 = 0.043, p < 0.05, margen\ de\ error = 0.017$).

La práctica docente y las estrategias de instrucción y evaluación

De acuerdo a Huitt (2003) la instrucción se define como “la dirección del proceso de aprendizaje con un propósito.” Es una de las actividades de la clase a la que más tiempo le dedica el profesor. Se ha desarrollado una variedad de modelos de instrucción según diversas posiciones pedagógicas y diferentes metodologías en la búsqueda de la manera más apropiada para lograr un exitoso proceso de enseñanza aprendizaje (Bruce, Weil, & Calhoun, 2003) .

Es importante tener en cuenta que las primeras investigaciones que ratificaron la relación entre la instrucción y el aprendizaje de los estudiantes fueron realizadas por (Brownell, 1945) y luego reforzado por varios estudios como lo afirma (Grouws & Cebulla, 1999) y (Cohen & Hill, 2000) quienes encontraron evidencia de cómo lo que los profesores hacen en la clase, en términos de instrucción, tiene importancia en el desempeño de los estudiantes. Se demostró que las prácticas modernas influyen de manera positiva y significativa sobre el desempeño de los estudiantes ($P_{Mod} = 0.16, p < .05$) mientras que las prácticas convencionales tienen una relación negativa y no significativa ($P_{Conv} = -0.01, p < .05$).

(Frome, Lasater, & Cooney, 2005) en su investigación encontraron que de 11 características medibles en docentes sólo cuatro características se relacionaron positiva y significativamente con los resultados académicos de los exámenes de los estudiantes de 8° Grado: expectativa y motivación hacia sus alumnos; prácticas instruccionales; acompañamiento y experiencias de inducción; formación académica en contenidos y pedagogía de las matemáticas. Este estudio fue realizado con 1.210 profesores de la escuela básica secundaria en 8° Grado, pertenecientes a 67 escuelas en Georgia (USA) utilizando los datos de MMGW (Making Middle Grades Work), mediciones bienales en los cursos de educación básica secundaria de 2002-2003. Entre las características halladas en la instrucción del docente, la relación más fuerte se vio en las prácticas de: resolución de problemas de matemáticas en contexto, activación de conocimientos previos a través de lluvia de ideas, uso de materiales y recursos (manipulativos y herramientas tecnológicas) y trabajo en grupo. Igualmente se reportó una relación significativa entre las siguientes prácticas docentes y los resultados de las pruebas estandarizadas de alumnos tales como: el uso de diferentes estrategias para resolver un problema, solicitar al alumno una presentación oral, solicitar al alumno una presentación escrita, pedir que el estudiante explique a la clase un proyecto de matemáticas o pedir al estudiante que escriba en varias oraciones cómo se resolvió un problema de matemáticas.

Por otra parte, (Goe L. , 2007) como conclusión a su compendio de investigaciones en el que sintetiza los resultados de varios estudios sobre la relación entre la calidad del profesor y los logros de los estudiantes, expresa que la instrucción y el curriculum tienen una influencia directa sobre el desempeño de los alumnos mientras que el conocimiento, la experiencia y las cualidades del profesor muestran una influencia indirecta. También identificó que hay dos variables claves en el aprendizaje del estudiante que producen efectos contundentes y positivos: el conocimiento matemático del docente y la experiencia del docente. Se sabe que el conocimiento matemático es fundamental para cualquier nivel de enseñanza escolar pero, particularmente para la secundaria, es indispensable que el docente tenga un buen conocimiento matemático. En cuanto a las cualidades, certificaciones y experiencia del docente los estudios reflejan que son importantes pero que estos no deben ser lo único para determinar si un profesor está preparado para su trabajo; es importante también evaluar lo que el docente hace dentro del salón de clases para incrementar y promover el apendizaje en sus estudiantes.

Por su parte, (Stipek D. , 2004) en un estudio realizado en 314 kindergarten, en 155 colegios en 48 distritos en 3 estados en Estados Unidos determinó en sus resultados que la instrucción de la clase estaba relacionada con la demografía de las clases de los colegios. De acuerdo a los promedios observados según la clase de instrucción, se observó para la tradicional, un promedio de ($M_{Trad} = 2.51, SD = 1.40, \alpha = .91, Confiabilidad = .80, p < 0.001$) mientras que, para la constructivista se observó un promedio de ($M_{Cons} = 2.37, SD = 1.03, \alpha = .73, Confiabilidad = .80, p < 0.001$), mostrando que aunque se dan las dos clases de instrucción, la tradicional tiene un promedio más alto que la constructivista y la desviación de la tradicional es menor que la de la constructivista. En el estudio encontraron diferencias en la clase de instrucción utilizada, cuando comparaban ciertas características, a mayor proporción de niños de estrato socioeconómico bajo y de bajo nivel académico, mayor se utilizaba la instrucción tradicional y menos se observaba la instrucción constructivista. La correlación existente entre la población del colegio y prácticas de enseñanza lo muestran. Se ha establecido un nivel mínimo de conocimientos para cada grado. Cuando se presenta un número grande de niños por debajo del nivel mínimo requerido en el grado, la correlación entre la instrucción constructivista y ese porcentaje de niños por debajo del mínimo requerido en el grado, fue negativa pero significativa ($r = -0.32, p < 0.001$); mientras que, la correlación existente con la enseñanza tradicional y el porcentaje de niños por debajo del del mínimo requerido en el grado, fue positiva y significativa ($r = 0.26, p < 0.01$). Al analizar la relación entre las metas de los profesores de los colegios con el porcentaje de estudiantes de bajo nivel académico y la enseñanza de destrezas básicas se observó una relación positiva y significativa ($r = 0.14, p < 0.05$) mientras que si se comparaban con las destrezas sociales, la relación era significativa pero negativa ($r = -0.32, p < 0.001$). De la misma manera al comparar las metas de los profesores de los colegios con el desarrollo de destrezas de orden superior era positiva pero no significativa ($r = 0.032, p > 0.05$). Por todo lo anterior, la autora concluyó que en las escuelas donde había una proporción mayor de estudiantes de bajo rendimiento académico se observaba una mayor instrucción de enseñanza tradicional que constructivista. Se muestra en los resultados que, de acuerdo a la población estudiada, se podría afirmar que la enseñanza constructivista era un predictor menos efectivo ($R^2 = 0.16, p < 0.01$) que la enseñanza tradicional ($R^2 = 0.24, p < 0.001$). La enseñanza tradicional tenía más probabilidad de ser vista en las clases de estudiantes de bajo nivel académico que la enseñanza constructivista.

En otro estudio, la meta principal (Stipek & Byler, 2004) fue hacer una evaluación que les proporcionara información sobre la implementación de los dos modelos de instrucción: el constructivista y el tradicional. Las medidas se tomaron con una escala Likert de 1 al 4. Se hizo una encuesta especial para este estudio en la cual los profesores debían analizar el tipo de práctica que se llevaba a cabo en su salón de clases. Dentro de los factores que reportaron en la encuesta de los profesores para analizar las prácticas en matemáticas que se atribuyeron una varianza del *54.3%* se destacaron tres de ellos que son: destrezas básicas ($M = 2.43, SD = 0.69; \alpha = 0.83$); aprendizaje orientado hacia la pregunta ($M = 3.08, SD = 0.57; \alpha = 0.65$); concepto de número y conteo ($M = 3.30, SD = 0.44; \alpha = 0.65$). Se le presentaron a los profesores ciertos objetivos importantes que debían alcanzar los niños a nivel de kindergarten, los cuales serían evaluados con una escala de 1-5 y se destacaron 3 que se atribuyeron una varianza del 61.2%: destrezas básicas ($M = 3.73, SD = 0.66; \alpha = 0.64$); pensamiento de orden superior ($M = 3.97, SD = 0.53; \alpha = 0.66$); desarrollo social ($M = 4.31, SD = 0.63; r = 0.34, p < 0.001$). Los autores concluyeron que los profesores que utilizaban la práctica tradicional asignaban más tarea, planeaban retener a más estudiantes en el grado y era mas probable que agrupara a los estudiantes por nivel de desempeño en matemáticas. Sus prácticas estaban asociadas a sus metas y las destrezas básicas eran muy importantes en su enseñanza mientras que, el desarrollo de niveles de pensamiento de orden superior y el desarrollo social eran relativamente menos importante.

Del mismo modo, de acuerdo a su criterio los profesores asignaron una valoración del desempeño de los estudiantes para matemáticas y se creó una sola puntuación para el desempeño en matemáticas cuyo promedio fue ($M = 2.96, SD = 0.72$). Se reportaron correlaciones entre la clase de práctica (constructivista o tradicional) y la experiencia del docente, las metas y las prácticas autoreportadas en matemáticas; en destrezas básicas en la práctica constructivista la correlación fue negativa y significativa ($r_{Const} = -0.19, p < 0.05$) y en la práctica tradicional fue positiva y significativa ($r_{Trad} = 0.37, p < 0.001$) lo que nos indica que los docentes que usaron las prácticas tradicionales marcaron las destrezas básicas como fundamentales en su práctica. En cuanto a la práctica con la orientación hacia la pregunta se presentó una relación positiva y significativa con la práctica constructivista ($r_{Const} = 0.21, p < 0.05$) y una relación negativa y no significativa con la práctica tradicional ($r_{Trad} = -0.17, p < 0.10$), lo que se traduce en que las prácticas de los docentes constructivistas siempre apuntaron hacia la orientación de la pregunta y a desarrollar pensamiento de orden superior y menos dedicados a las destrezas básicas. En cuanto a las metas dispuestas por el docente que el estudiante debe alcanzar, cuando se relacionan con las destrezas básicas y la práctica constructivista se presenta una relación negativa y significativa ($r_{Const} = -0.22, p < 0.01$), es decir que si enseña con la práctica constructivista va a utilizar poco las destrezas básicas, va a utilizar más el desarrollo de pensamiento de orden superior que tiene una correlación positiva y muy significativa ($r_{Const} = 0.30, p < 0.001$). En cuanto a la práctica tradicional, ésta tiene una relación positiva y muy significativa con las destrezas básicas, lo cual demuestra que el énfasis de su práctica está en las destrezas básicas ($r_{Trad} = 0.38, p < 0.001$), por lo tanto, muestra una relación negativa y significativa con el desarrollo de pensamiento superior ($r_{Trad} = -0.35, p < 0.001$), es decir que, a mayor uso de la práctica tradicional menor implementación de estrategias para el desarrollo del pensamiento de orden superior. En cuanto a las correlaciones entre las prácticas observadas de los docentes y el desempeño estimado de los estudiantes en matemáticas se observó una relación positiva con las prácticas constructivistas ($r_{Const} = 0.13, p > 0.05$) pero no significativa y una relación negativa y significativa con las prácticas tradicionales ($r_{Trad} =$

$-0.21, p < 0.05$) esto muestra que si el docente utilizaba práctica tradicional era más factible que no esperara un buen desempeño de todos sus estudiantes.

En su investigación Guarino, Hamilton, Lockwood, & Rathbun, (2006) concluyeron en su estudio a nivel nacional en kindergarten en Estados Unidos, que los estudiantes cuyos profesores utilizaron las prácticas tradicionales y el conteo alcanzaron los mayores incrementos en su desempeño en matemáticas que aquellos estudiantes cuyos profesores le dieron menos énfasis a estas prácticas ($R^2 = 0.11, p < 0.05$). También observaron que los estudiantes de los profesores que utilizaron la enseñanza constructivista, es decir, centrada en el estudiante, mostraron ganancias aunque menores que los profesores que utilizaron la instrucción tradicional ($R^2 = 0.03, p < 0.01$).

Bargagliotti, Guarino, & Mason (2009) hallaron que el tiempo dedicado a las actividades en matemáticas en kindergarten tiene un efecto positivo y significativo en todas las diversas modalidades de instrucción medidas: números básicos y operaciones ($R^2 = 0.017, p < 0.01$); números y operaciones avanzados ($R^2 = 0.018, p < 0.01$); figuras geométricas ($R^2 = 0.093, p < 0.01$); estadística y probabilidad ($R^2 = 0.009, p < 0.05$); resolución de problemas ($R^2 = 0.975, p < 0.01$) y relaciones ($R^2 = 0.014, p < 0.01$), de los que se destaca la resolución de problemas y el uso de manipulativos. Igualmente se observó un efecto positivo y significativo en los estudiantes de primer grado, al medir la relación entre el tiempo dedicado a las matemáticas y las diversas modalidades de instrucción detalladas a continuación: números básicos y operaciones ($R^2 = 0.023, p < 0.01$); números y operaciones avanzados ($R^2 = 0.030, p < 0.01$); figuras geométricas ($R^2 = 0.027, p < 0.01$); estadística y probabilidad ($R^2 = 0.026, p < 0.01$); resolución de problemas ($R^2 = 0.040, p < 0.01$) y relaciones ($R^2 = 0.030, p < 0.01$). En los estudiantes de kindergarten se destacó el uso de manipulativos mientras que, en primer grado, se vio el mismo efecto positivo relacionado con el uso de la resolución de problemas. Ahora, en cuanto al tiempo dedicado a las matemáticas relacionado con las prácticas pedagógicas tenemos que para todos las prácticas usadas en kindergarten se observó un efecto positivo y significativo, menos para: contar en voz alta, que fue positivo pero no signicativo. Las prácticas pedagógicas utilizadas fueron: trabajo en grupo ($R^2 = 0.032, p < 0.01$); manipulativos ($R^2 = 0.038, p < 0.01$); creatividad ($R^2 = 0.012, p < 0.01$); trabajos manuales ($R^2 = 0.021, p < 0.01$); recursos tradicionales $R^2 = 0.021, p < 0.01$); juegos ($R^2 = 0.039, p < 0.01$); calculadora ($R^2 = 0.005, p < 0.01$); contar en voz alta ($R^2 = 0.008, p > 0.05$). En cuanto al primer grado, para el mismo análisis arrojaron los siguientes resultados: trabajo en grupo ($R^2 = 0.042, p < 0.01$); manipulativos ($R^2 = 0.028, p < 0.01$); creatividad ($R^2 = 0.013, p < 0.01$); trabajos manuales ($R^2 = 0.020, p < 0.01$); recursos tradicionales $R^2 = 0.025, p < 0.01$); juegos ($R^2 = 0.043, p < 0.01$); calculadora ($R^2 = 0.013, p < 0.01$); contar en voz alta ($R^2 = 0.031, p < 0.01$); práctica repetida $R^2 = 0.015, p < 0.01$). Pudieron concluir los autores que de acuerdo al tiempo dedicado a las matemáticas se pudo observar que tiene efectos positivos de acuerdo a la instrucción y a la práctica pedagógica utilizada.

Un trabajo interesante es el de Blazar (2015) cuando plantea que el efecto de los profesores en el desempeño de los estudiantes de 4° y 5° elemental debe presentarse en parte a través de la instrucción y por lo mismo los investigadores deben buscar las prácticas que son efectivas para que el estudiante mejore su conocimiento. Su investigación se mueve más alla de lo que se ha hecho tradicionalmente como: vincular las características, cualidades, incentivos, salarios, etc. de los docentes con el incremento en el conocimiento matemático, en vez de esto, se centra en observar las prácticas de enseñanza dentro del aula de clase. En este estudio se incluyó como medición la instrucción matemática ambiciosa, que medía las estrategias de instrucción implementadas después de la reforma de 1990 y los Estándares de

Núcleo de Matemáticas - ESNC - (Common Core Standards for Mathematics). Este término se definió, de acuerdo a ESNC, como el trabajo riguroso y profundo de los contenidos matemáticos donde se desarrolla tanto la comprensión conceptual como la procedimental, al igual que la aplicación de esta comprensión en la resolución de problemas de la vida real. Las clases observadas se centraban en cuatro aspectos principales: instrucción matemática ambiciosa; medición de errores e imprecisiones, medían los errores conceptuales en matemáticas del profesor, poca claridad en el desarrollo de la clase, que es el interés de este trabajo. Evaluadores expertos midieron a los profesores con el MQI (Measure Quality Instruction) Medidor de la Calidad de Instrucción con una escala de 1 a 3 para la parte de instrucción en matemáticas. Las medias de las categorías: Instrucción Matemática Ambiciosa ($M_{Amb} = 1.26\ , SD = 0.12,$) y medición de errores e imprecisiones ($M_{Error} = 1.12, SD = 0.12$) se presentaron por debajo del promedio. La correlación entre ellas fue negativa ($r_{error} = -0.33, p < 0.001$), lo que quiere decir que a mayores errores e imprecisiones dentro de la clase, menor la calidad de la instrucción para los estudiantes. Al realizar las correlaciones entre las prácticas de los docentes y destrezas se obtuvieron los siguientes resultados: instrucción matemática ambiciosa y conocimiento matemático del contenido, arrojó una correlación positiva y significativa ($r = 0.26, p < 0.01$), lo cual indica que a mayor conocimiento matemático de la materia, mejor la instrucción matemática del docente. Al relacionar el conocimiento matemático del contenido con la medición de errores e imprecisiones, mostró una correlación negativa y significativa ($r = -0.46, p < 0.001$), esto quiere decir que el conocimiento del profesor en su materia está fuertemente relacionado con la buena instrucción en su clase. Al relacionar la instrucción de alta calidad con el desempeño del estudiante, Blazar observa que hay una relación positiva y significativa dentro de los distritos ($R^2 = 0.180, p < 0.001, error = 0.026$), al igual que dentro de los colegios ($R^2 = 0.060, p < 0.01, error = 0.028$), aunque en los colegios sea menor la incidencia, pero aún es significativa, lo que muestra que los profesores de más alta calidad están relacionados con los estudiantes de mejor desempeño. Este estudio es muy importante ya que muestra una fuerte relación entre unas dimensiones de instrucción específicas y el desempeño de los estudiantes, utilizando instrumentos de observaciones aplicados directamente en las prácticas de instrucción en el aula de la clase.

En cuanto a una de las estrategias de instrucción como es la activación de conocimiento previo se conoce que ésta surge en el ámbito del constructivismo Ausbel (2002) pues se considera prerrequisito en la comprensión y asimilación de la nueva información para incorporarla a la estructura de conocimientos existentes. Es por ello, que activar los conocimientos ya adquiridos de los estudiantes, resulta conveniente en la construcción de conocimiento de la nueva información a adquirir (Díaz Barriga & Hernández, 2010). Esta activación deberá ser de manera contextualizada y significativa para el estudiante, de tal forma que, se genere una interacción activa al conectar los conocimientos anteriores con los nuevos (García M., 2003).

Adicionalmente, Silva, Rodríguez, & Santillán (2009) hallaron a través de su estudio que los conocimientos previos son un instrumento esencial para lograr el éxito en el proceso de la resolución de problemas particularmente los que requieren la aplicación de conceptos puntuales. En el caso del estudio mencionado se midió el porcentaje de estudiantes que pudieron resolver los problemas dados porque contaban con conocimientos previos. De acuerdo a los temas preguntados se estableció el porcentaje de estudiantes que resolvieron el problema porque tenían conocimiento previos de los siguientes temas: números fraccionarios, el 65% tenía conocimientos suficientes mientras que el 33.3% los tenía insuficiente; valoración proporcional 72.4% tenía el conocimiento previo suficiente mientra que 23.1% no lo tenía; áreas y cuerpos geométricos 84% tenía el suficiente conocimiento previo mientras que el 10.3% no lo tenía; tratamiento de la información sólo el 68.4% tenía suficiente, perímetros, áreas y figuras geométricas 67.9% tenía suficiente conocimientos previos mientras que el 14.3% tenía conocimientos insuficientes. Si el estudiante no tiene conocimientos previos difícilmente puede utilizar otra estrategia para resolver el problema que requiere de esos conocimientos previos. Finalmente, National Mathematics Advisory Panel (2008) dentro de sus muchas recomendaciones afirmó que los estudiantes aprenden construyendo sobre sus conocimientos previos, extendiéndose hasta su más temprana niñez.

Con referencia al contexto de aprendizaje en el aula, Grouws & Cebulla (1999) lo divide en dos tipos: el que está conectado a las situaciones de la vida real y el que es puramente matemático. La manera como el docente lleva al estudiante a relacionarse con el contexto de aprendizaje de un elevado nivel de abstracción requiere de cuidado, una concienzuda planeación y un monitoreo constante. La matemática enseñada debe estar al nivel del desarrollo cognitivo del estudiante para que tenga sentido para él y lo pueda usar de forma razonable. Aunio & Niemivirta (2010) refuerzan las investigaciones de Bryant & Nunes (2002) quienes encontraron que en un contexto significativo, el pensamiento lógico y la enseñanza de los sistemas convencionales de conteo forman la base para el desarrollo de la matemática temprana en los niños.

La práctica docente y la metacognición

Por otro lado, al hablar de los procesos y estrategias que promueven la comprensión en el aula de clase, nos encontramos con la metacognición que (Flavell J. , 1976) en (González F. , 1996) la define como: "el conocimiento o conciencia que el individuo tiene acerca de sus propios procesos y productos cognitivos como el monitoreo (supervisión sobre la marcha), la regulación y ordenación de dichos procesos en relación con los objetos cognitivos, datos o información sobre los cuales ellos influyen, normalmente al servicio de un objetivo o meta relativamente concreta".

En cuanto a la metacognición en el aula, de acuerdo a López (2011) la metacognición en el estudiante se define como "las actividades mentales que el individuo realiza de forma independiente para tener el control de lo que hace, aprende, etc. Estos procesos son planeación, monitoreo y evaluación." Es así como se ha encontrado una relación entre la ejecución académica y la metacognición. (Indriago, 1988) en (González F. , 1996) afirma que se ha hallado que la activación de los procesos metacognitivos de los estudiantes influye positivamente en el desempeño académico siendo un catalizador la instrucción del docente y los contenidos dados en la clase. Adicionalmente, (Lester, 1994) en (González F. , 1996), establece que la metacognición viene desempeñando un papel importante en la resolución de problemas y como tal, se reconoce su relevancia en la educación.

Reafirmando este concepto, (Martin & Marchesi, 1990) establecen que no sólo las habilidades, capacidades y saberes previos del estudiante influyen en su desempeño sino que es el metaconocimiento y monitoreo control que pueda utilizar sobre sus procesos cognitivos, los que marcan una pauta para que el resultado sea exitoso.

El aprendizaje autorregulado se refiere a los procesos autodirigidos y a las propias creeencias que permiten que el estudiante transforme sus habilidades mentales. Es así como las aptitudes verbales de estos estudiantes se convierten en destrezas que muestran altos desempeños académicos tales como resultaría con la escritura. (Zimmerman B. , 2008)

Los hallazgos sobre la autorregulación indican que está presente en los estudiantes más efectivos y que ellos dominan este proceso (Butler & Winne, 1995). Un estudiante se autorregula cuando es un participante activo e involucra la metacognición, la motivación y el comportamiento en su propio proceso de aprendizaje. El estudiante que se autorregula es consciente cuando tiene un conocimiento o posee una destreza y, cuando no. Este tipo de estudiante también busca información cuando la necesita, y lleva el procedimiento y los pasos necesarios para aprehender esa información de manera proactiva. Cuando encuentra obstáculos tales como condiciones que dificultan el aprendizaje, profesores que confunden en su proceso de enseñanza, libros obsoletos, encuentra la manera de superar estos obstáculos y cumplir la meta trazada, contrario a lo que sucede con sus compañeros que no muestran autorregulación. En conclusión, los estudiantes que han desarrollado la autorregulación aceptan retos y responsabilidades mayores para alcanzar sus logros académicos y consideran la adquisición de conocimientos como un proceso sistemático y controlable(Zimmerman B. J., 1990).

De acuerdo a Mega, Ronconi, & De Beni (2014) los estudiantes autoregulados siempre trabajan en busca del éxito académico, planean, monitorean, organizan y evalúan su proceso durante todo el tiempo para hacer los cambios y correcciones que crean pertinentes. Se midieron las correlaciones entre los aspectos de organización $(r = .51, p < .001)$, elaboración $(r = .45, p < .001)$, autoevaluación$(r = .48, p < .001)$, estrategias para estudiar un examen $(r = .52, p < .001)$ y la metacognición y llegaron a la conclusión de que el efecto de las emociones en el desempeño académico está mediado por la autoregulación y la motivación, todas las correlaciones arrojaron una relación positiva y significativa. Así se concluyó que el aprendizaje autoregulado predice positivamente el desempeño académico.

A principios de 1990 en los estudios que se hicieron en estudiantes universitarios y de secundaria se concluyó que los procesos metacognitivos en el desarrollo del pensamiento matemático no se utilizaban muchas veces en este nivel mientras que los estudios en los niños menores eran muy escasos. Schoenfeld (1992) quien se ha dedicado a estudiar los procesos en la resolución de problemas encontró que los estudiantes universitarios y de secundaria no monitoreaban el progreso de la resolución de problemas en matemáticas y este proceso no se había estudiado en estudiantes más jóvenes. En su investigación, él divide a la metacognición en tres categorías: 1) conocimiento individual de sus procesos cognitivos, 2) procesos autorregulatorios que incluyen el monitoreo y la toma de decisiones y 3) las creencias y afectos y su influencia en el desempeño del estudiante. De igual manera, determinó que el monitoreo metacognitivo en la resolución de problemas en matemáticas se relaciona con una mejor resolución de problemas y es determinante para su correcta solución.

Carr & Jessup (1994) en su investigación con 60 niños de primer grado estudiaron la influencia de la metacognición en el desarrollo y el uso de estrategias en matemáticas. Durante todo el estudio se confirmó esta influencia y llegaron a la conclusión de que la metacognición contribuía de manera importante en el desarrollo y la elección de las estrategias matemáticas. Luego, al profundizar su investigación en Carr & Jessup (1995), estudiaron a 71 niños de segundo elemental para comparar el impacto que tiene el conocimiento metacognitivo en el uso de las estrategias al resolver problemas de suma y resta con números del 1-58. De este estudio concluyeron que cuando el estudiante se ve enfrentado a estrategias nuevas y que requieren de mucho esfuerzo, la metacognición se convierte en un factor relevante en el proceso de la resolución de problemas. Para aquellas estrategias que ya han sido adquiridas se observó que la metacognición no tiene un rol tan importante como sí lo tienen, las destrezas y procesos automatizados. Para llevar a cabo este estudio, se tomaron dos mediciones una en Abril y la otra en Junio, con las cuales se hicieron correlaciones entre la metacognición y la prevalencia de las estrategias de: descomposición (estrategia en aprendizaje), min y recuperación (estrategias ya adquiridas).

Como resultados se encontró que la metacognición arrojó una correlación positiva y significativa en el uso de la estrategia de descomposición tanto en Abril como en Junio ($Abril\ r = 0.39, p < .05$; $Junio\ r = .48, p < .05$) ya que esta estrategia era nueva para el estudiante y requería de esfuerzo para ser utilizada. Por otro lado, la metacognición arrojó una correlación negativa y no significativa sobre la prevalencia de las estrategias que se encontraban ya interiorizadas (las estrategias min y recuperación) tanto en Abril como en

Junio:

$(Estrategia\ Min: Abril\ r = -.21, p > .05\ ;\ Junio\ r = -.19, p >$

$.05\ Estrategia\ de\ Recuperación: Abril\ r = -.04. p > .05; Junio\ r = -.04\ p > .05)$.

Lo que sugieren estos datos es que, para que la metacognición tenga un rol importante en el desempeño cognitivo, una estrategia debe ser nueva y requerir de esfuerzo para ser parte fundamental en la resolución de problemas.

Otros autores como Pintrich, Wolters, & Baxter (2000) y Boekearts, Pintrich, & Ziedner (2000); han coincidido en que las destrezas metacognitivas como planeación, monitoreo y evaluación sobre el aprendizaje y las metas personales representan el núcleo del aprendizaje autorregulado.

Pintrich, Wolters, & Baxter (2000) concluyeron en su trabajo que la metacognición no es fácil de medir, ya que, de acuerdo a los instrumentos diseñados, en cada estudio se miden diferentes componentes de la metacognición. Esto significaría que el instrumento que mide el conocimiento metacognitivo no es el mismo que mide la autorregulación. Por ello, trabajaron con la metacognición dividiéndola en tres componentes: a) conocimiento metacognitivo, b) monitoreo y c) autorregulación y control de la cognición. De esta manera encontraron que los componentes se encuentran interconectados y se pueden estudiar por separado; sin embargo, cuando se van a medir se observa que se presentan juntos o son interdependientes.

En el estudio realizado por Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi (2004) se investigó básicamente cómo se desarrollaba normalmente el pensamiento matemático en estudiantes de transición a segundo grado en Finlandia y si los antecedentes cognitivos de los estudiantes tenían alguna relación o impacto en este desarrollo. Estos investigadores encontraron que la presencia del conocimiento metacognitivo y de buenas habilidades visuales se relacionan positivamente con el buen nivel de desempeño en matemáticas

$(conocimiento\ metacognitivo\ R^2 = .69, p < 0.001; habilidades\ visuales\ R^2 = .29, p <$

0.01) ; mientras que, el conteo como habilidad temprana fue el predictor para los estudiantes de nivel más bajo y fue un predictor más exacto del desarrollo en destrezas matemáticas $(conteo\ R^2 = .86, p < 0.01\ )$. Se ha encontrado en el estudio que el conocimiento metacognitivo tiene una relación positiva y significativa con el nivel de desempeño de los estudiantes en matemáticas ya que durante todo el estudio los resultados de las correlaciones fueron positivos y estadísticamente significativos para el conocimiento metacognitivo $\left(r_{metacog1} = 0.45, p < 0.001;\ r_{metacog2} = 0.45, p < 0.001 r_{metacog3} = 0.40, p < 0.001;\ r_{metacog4} = 0.30, p < 0.001 r_{metacog5} = 0.25, p < 0.001; r_{metacog6} = 0.45, p < 0.001; r_{metacog7} = 0.36, p < 0.001; r_{metacog1} = 0.21, p < 0.01\right)$. Se puede afirmar que debido a esto se muestra un comportamiento acumulativo del desempeño en matemáticas, es decir que aquel estudiante que tenía un alto nivel de matemáticas al iniciar el preescolar, va a desarrollar una razón de crecimiento más rápida que aquel estudiante que tenía un nivel por debajo de lo esperado. Se dividió la muestra entre los que tenían un alto nivel de desempeño y aquellos que tenían un bajo nivel de desempeño, y se concluyó que para el grupo con alto nivel de desempeño el conocimiento metacognitivo tenía un efecto positivo y estadísticamente significativo con el desempeño en matemáticas.(${R^2}_{metacog} = 0.69, p < 0.001)$. Esto se traduce a que cuando el estudiante tiene altos niveles de conocimiento metacognitivo va a reflejar un alto nivel en los desempeños académicos en matemáticas.

Throndsen (2011) quien estudió las relaciones entre las destrezas matemáticas básicas de los niños y sus competencias metacognitivas en la resolución de problemas de adición y sustracción con 27 niños de segundo grado en Noruega (correspondiente al primer grado en Colombia) encontró que los estudiantes que presentaron diferentes niveles de desempeño en matemáticas pueden tener diferentes niveles de regulación en el aprendizaje. De tal manera que: los estudiantes que mostraron puntuaciones sobresalientes de desempeño en matemáticas manejaban altos niveles de metacognición y los conservaron durante toda la investigación. Al correlacionar la competencia metacognitiva con el desempeño en matemáticas arrojó un resultado positivo tanto para el año 2 $(r = .58, p < 0.01)$ como para el año 3 $(r = .87, p < 0.001)$. Igualmente al correlacionar la metacognición con el uso de estrategias arrojó resultados positivos y significativos en cada año, año 2 $(r = .56, p < 0.01)$ y año 3 $(r = .63, p < 0.001)$.

El estudio muestra que el tener un buen nivel de desempeño en matemáticas no sólo es relevante cuando se utilizan estrategias de profundidad sino que se debe tener un alto nivel de competencia metacognitiva. Las correlaciones significativas entre el desempeño en matemáticas, el uso de estrategias y la competencia metacognitiva sugieren que los jóvenes se pueden beneficiar de la misma forma de la instrucción metacognitiva como de las estrategias matemáticas. Es decir, se requiere de un esfuerzo innovativo en la concepción de la instrucción, por lo cual la autora promueve la idea de facilitar la autorregulación en los procesos de aprendizaje de las destrezas básicas en matemáticas para que se dirijan hacia los aspectos cognitivos y metacognitivos.

De acuerdo a Clements D. , Sarama, Unlu, & Lazer (2012) la autorregulación tiene un rol importante en la facilitación del aprendizaje y la retención de lo aprendido, especialmente para niños con bajos desempeños académicos. La instrucción centrada en las actividades de interés del estudiante permite desarrollar comportamientos de aprendizaje a su propio ritmo al igual que conductas que requieren de autorregulación; mientras que, las actividades que son planeadas para ejecutarse centradas en el docente les inhibe las situaciones que potencian la presencia y necesidad de habilidades de autorregulación.

Ahora, en lo referente al andamiaje, se sabe que se utiliza desde el siglo XIV cuando se definía como “un marco temporal de plataformas y poleas que se construían para brindar comodidad a los trabajadores y a los materiales que se utilizaban durante el levantamiento, reparación, o decoración de un edificio" (Oxford University, 1989).

En (Quintana, y otros, 2004), los autores (Wood, Bruner, & Ross, 1976; Pallinscar, 1998; Stone, 1998) han definido el andamiaje en el contexto escolar como el proceso en el cual un docente o un compañero con un nivel superior ofrece ayuda a otro para permitirle resolver un problema presentado en su clase que, de otra manera sería muy difícil para él resolver de forma independiente. Por ejemplo, un docente puede ofrecer guías y estrategias, que ayuden a los estudiantes a trazarse metas apropiadas o a realizar partes difíciles de una tarea o de un proyecto. Es decir, de acuerdo a Stone (1998) el andamiaje es un proceso interactivo entre profesor y estudiante, quienes deben participar constantemente en el proceso.

De acuerdo a Searle (1984) el andamiaje dentro de la escuela, no debe ser el resultado de la imposición de ciertas posiciones o estructuras a los alumnos. Si el andamiaje se aplica apropiadamente, se convertirá en una estrategia que habilita los procesos de aprendizaje. Cuando un estudiante desarrolla una idea nueva, corrige un examen o edita un ensayo, el profesor puede actuar como un puente entre el conocimiento actual y el conocimiento al que podría acceder el alumno. Al inicio de un nuevo proyecto, un docente debe identificar la "zona de desarrollo próximo" de su estudiante; esto es extremadamente importante porque hace posible que se reconozca el punto donde el estudiante ya no alcanzaría los objetivos de manera independiente, o, por sí mismo, sino que requiere de la ayuda del andamiaje brindado por el docente, experto en la materia (Kemp, 1997).

Un estudio de 2.751 niños de preescolar, realizado por Chien et al (2010) determinó que cuando hay andamiaje se presenta un incremento en el nivel de rendimiento académico en matemáticas ya que se registró una correlación positiva y significativa entre el andamiaje y la instrucción en matemáticas$(r = 0.11, SD = 0.07, p < 0.05)$, lo que nos indica que cuando hay andamiaje va a existir un aumento en el nivel de rendimiento académico en matemáticas.

Los resultados sugieren que cuando el juego libre se acompaña de actividades de andamiaje con profesores se construye un modelo de instrucción en la clase que promueve el aprendizaje del estudiante.

El trabajo de investigación hecho por Seethaler, Fuchs, Fuchs, & Compton (2012) encontró que el docente necesita destrezas de lenguaje y razonamiento para resolver problemas, por lo que se deduce que el lenguaje es uno de los motores principales en la adquisición de los conceptos y las destrezas de la numeración temprana. De acuerdo a esto, al tener fortaleza en el lenguaje, el docente puede llegar de mejor forma al estudiante al momento de la explicación o andamiaje. Se analizó en el estudio la contribución de cada predictor con el cálculo aritmético y la resolución de problema en el pronóstico del aprendizaje futuro. Teniendo en cuenta la contribución de predictores externos con el cálculo artimético se observó que las correlaciones son positivas y significativas para el lenguaje ($r = 0.44, p < .01$), el razonamiento ($r = .49, p < .01$), la discriminación de cantidades ($r = .64, p < .01$), el TEMA ($r = .69, p < .01$) y con la evaluación dinámica ($r = .63, p < .01$). Ahora si se tiene en cuenta la contribución de predictores externos con la resolución de problemas se observó igualmente que las correlaciones son positivas y significativas para el lenguaje ($r = 0.59, p < .01$), el razonamiento ($r = .58, p < .01$), la discriminación de cantidades ($r = .60, p < .01$), el TEMA ($r = .71, p < .01$) y con la evaluación dinámica ($r = .78, p < .01$) y con el cálculo aritmético ($r = .71, p < .01$).

De acuerdo a Casem & Oliva (2013) la estrategia del andamiaje al aplicarse en el salón de clases utilizando las técnicas del constructivismo y apoyándose en la zona de desarrollo próximo tiene un efecto positivo cuando se compara con la instrucción tradicional. Esto se concluyó al comparar la efectividad del uso del andamiaje con el uso de la instrucción tradicional en temas escogidos de Matemáticas III basado en los desempeños de los estudiantes de Filipinas de tercer año de bachillerato. Estos estudiantes fueron divididos en grupo experimental y grupo control. Entre el grupo experimental y el grupo control, la diferencia entre las medias fue de 2.33 lo que significa que no tuvieron una diferencia significativa, es decir, que el grupo experimental fue comparable con el grupo de control. El promedio del desempeño del grupo experimental en el pre test fue de $M = 19.83$) considerado de nivel satisfactorio mientras que, el pre test del grupo control $M = 17.50$) fue considerado un desempeño pobre. Luego, el post test del grupo experimental aumentó a ($M = 38.50$), considerado un desempeño sobresaliente mientras que el post test del grupo control tuvo un promedio de desempeño de ($M = 31.25$) considerado muy satisfactorio. Dadas las diferencias en las medias de 7.25 tienen una significancia dado el $valor\ t = 4.848$, que es mayor que el valor crítico $t = 2.093$, se puede afirmar que existe una diferencia significativa entre el desempeño del grupo experimental con el grupo de control. Esto implica que los estudiantes tuvieron un mejor desempeño al utilizar técnicas apoyadas en el andamiaje y no en la instrucción tradicional.

De acuerdo al estudio de Frederick Courtney, & Caniglia(2014) el andamiaje que se genera a través del trabajo en grupo reporta un incremento en los desempeños y las destrezas de los estudiantes, tal como fue registrado en su proyecto. Cuando los estudiantes de geometría trabajaron las tareas diseñadas para desarrollar su conocimiento conceptual a través del andamiaje por trabajo en grupo, mejoraron este conocimiento. Esto se comprobó al presentarse una diferencia significativa en los resultados de un examen de prueba t entre estudiantes que recibieron andamiaje y aquellos estudiantes que no lo recibieron. Los estudiantes que recibieron andamiaje por trabajo en grupo tuvieron un promedio de ($M = 5.036, SD = 0.838, p < 0.01$) y los estudiantes que no recibieron andamiaje tuvieron un promedio de ($M = 4.861, SD = 0.825, p < 0.01$). Lo que indica que en las clases en las cuales se promovía el trabajo cooperativo (pequeños grupos o trabajo con un compañero), los estudiantes se desempeñaron mucho mejor que en aquellas clases que se trabajó de manera individual. Adicionalmente, afirmaron que los estudiantes que trabajaban en grupo sentían más confianza al trabajar con un compañero. Es importante afirmar que el grupo control sólo alcanzó un incremento en sus desempeños de geometría en el examen estandarizado del 4.27% mientras que el grupo experimental logró un incremento del 10.96% en los resultados del mismo examen.

Ahora bien, se analizará el estudio cualitativo de Nuntrakune & Park (2011) que investiga las técnicas de andamiaje utilizadas en el aprendizaje cooperativo en tercero de primaria en Tailandia, un sistema de educación diferente al de Occidente, con el fin de promover la implementación del aprendizaje cooperativo. Al utilizar el andamiaje como estrategia de instrucción se necesitó que se diseñara e implementara apropiadamente a través de una intervención a los dos profesores participantes en: andamiaje reactivo, andamiaje proactivo y preguntas de andamiaje. Los resultados de este estudio muestran que poco influye la cultura en la implementación de la estrategia, mientras que, la actitud y la motivación de los estudiantes hacia la técnica del andamiaje en el aprendizaje cooperativo son los factores primordiales en su efectividad.

En cuánto a la práctica compartida se encuentran el aprendizaje colaborativo y el aprendizaje cooperativo. Ambas estrategias están fundamentadas en el enfoque constructivista, es decir, los estudiantes son los que descubren y modifican sus conocimientos a través de la interacción social para luego hacer la transferencia en situaciones nuevas de aprendizaje. (Zañartu, 2011)

La estrategia aprendizaje colaborativo se refiere a la unión de estudiantes con el propósito de alcanzar una meta académica. Utilizando esta estrategia, los estudiantes son tan responsables del aprendizaje del grupo como de su propio aprendizaje (Gohkale, 1995). De acuerdo a Bruffee (1995) este tipo de estrategia “no parecía cambiar lo que las personas aprendían sino el contexto social en el que aprendían”. Se ha encontrado que el aprendizaje colaborativo genera un progreso valioso en el desempeño de los estudiantes debido al diálogo y a los altos niveles de interacción que genera esta estrategia. El aprendizaje colaborativo no significa limitarse a organizar a los estudiantes en grupos, sin darles instrucciones que generen procesos de pensamiento y sin el acompañamiento adecuado, por el contrario, exige que la colaboración entre los estudiantes sea "parte fundamental de su desarrollo educativo" (Bruffee, 1995) y requiere de un apoyo constante del docente. Otro aspecto a resaltar de esta estrategia de acuerdo a Johnson & Johnson (1993) es el desarrollo de las habilidades emocionales individuales y sociales pues se ha determinado que incrementa el sentido de seguridad propia, fomenta el pensamiento crítico, refuerza la importancia de los valores de solidaridad y respeto y fortalece el sentimiento de pertenencia a un grupo. (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999)

Por otra parte, en la práctica compartida también se encuentra la estrategia conocida como aprendizaje cooperativo. En esta estrategia de acuerdo a Dillengbourg, Baker, Blaye, & O'Malley (1996) y Gros (2000), el docente divide a los estudiante en grupos y establece los parámetros que los miembros del grupo han de seguir, les divide la tarea para luego en conjunto alcanzar la meta establecida por éste. Cada estudiante o miembro del grupo es responsable de una parte del problema o tarea que se va a resolver, como bien lo describe Johnson, Johnson, & Holubec (1999) quien explica: aprendizaje cooperativo es trabajar conjuntamente para concretar distribuidamente una meta; es la organización de pequeños grupos de alumnos que trabajan para desarrollar el máximo potencial de aprendizaje de cada uno de sus miembros.

De la misma manera que sucede con el aprendizaje colaborativo, en el aprendizaje cooperativo no es suficiente poner a los estudiantes en grupo con una tarea asignada, así como tampoco trabajar en grupo no significa cooperar pues el aprendizaje cooperativo demanda una planeación con una estructura profunda y minuciosa (Poveda Sierra, 2006).

En el aprendizaje cooperativo: se organizan los estudiantes en grupos y se establece que el rendimiento y la evaluación o recompensa depende del trabajo de todos. Se presenta la situación en que o todos trabajan o todos se perjudican por lo que es una motivación para que todos realicen su trabajo. Se delega responsabilidad a cada miembro del grupo con la finalidad de alcanzar una meta común. Se promueve el desarrollo de habilidades sociales con el fin de que todos trabajen con la misma intensidad. Se fomenta el apoyar, colaborar, exponer, expresar y motivarse los unos a los otros. Se enfatiza el trabajo en grupos y la realización de compromisos y todos los participantes aportan en la dirección del trabajo. Se implementa la autoevaluación y la coevaluación para que el resultado del trabajo muestre más eficiencia cuando se hace en grupo que cuando es individualizado (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

A partir de las investigaciones existentes, sabemos que la cooperación, comparada con los métodos competitivo e individualista, da lugar a los siguientes resultados.

1. Mayores esfuerzos por lograr un buen desempeño: esto incluye un rendimiento más elevado y una mayor productividad por parte de todos los alumnos (ya sean de alto, medio o bajo rendimiento), mayor posibilidad de retención a largo plazo, motivación intrínseca, motivación para lograr un alto rendimiento, más tiempo dedicado a las tareas, un nivel superior de razonamiento y pensamiento crítico.

2. Relaciones más positivas entre los alumnos: esto incluye un incremento del espíritu de equipo, relaciones solidarias y comprometidas, respaldo personal y escolar, valoración de la diversidad y cohesión.

3. Mayor salud mental: esto incluye un ajuste psicológico general, fortalecimiento del yo, desarrollo social, integración, autoestima, sentido de la propia identidad y capacidad de enfrentar la adversidad y las tensiones. De acuerdo a Stallings y Kaskowitz (1974) tomado de Serrano (1996) se ha probado que la interacción entre iguales tiene un impacto importante

sobre la mejora en el desempeño académico de los estudiantes. Con respecto al desempeño de los estudiantes al utilizar esta estrategia de instrucción, Johnson & Johnson (1982), Lew, Mesch, Johnson, & Johnson (1986) concluyeron que al agrupar estudiantes de diferentes niveles académicos trabajando hacia una meta en conjunto que los lleve a obtener reconocimientos compartidos, resulta en una ganancia para todos los estudiantes involucrados en el proceso observándose un incremento en sus habilidades académicas y sociales.

Los poderosos efectos que tiene la cooperación sobre tantos aspectos distintos y relevantes determinan que el aprendizaje cooperativo se distingue de otros métodos de enseñanza y constituye una de las herramientas más importantes para garantizar el buen rendimiento de los alumnos. (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

El propósito del estudio de Tarim (2009) fue investigar los efectos del método de aprendizaje cooperativo cuando los niños de preescolar resolvían problemas artiméticos relacionados con la adición, sustracción y particiones (apportion) en dos colegios privados de Turquía. Este estudio se realizó utilizando dos grupos experimentales y un grupo control, un pretest y un postest. Al realizar el pretest se encontró que no había diferencia significativa entre las medias de los tres grupos. ($M_{Exp\ 1} = 6.50, SD = 4.79; M_{Exp\ 2} = 6.33, SD = 4.02;\ M_{Control} = 6.83, SD = 4.38$) y luego de las actividades de aprendizaje, en el grupo control de aprendizaje individual y en los grupos experimentales de intervención en aprendizaje cooperativo, se vió un aumento en el desempeño de los tres grupos ($M_{Exp\ 1} = 13.38, SD = 3.29; M_{Exp\ 2} = 14.77, SD = 2.15;\ M_{Control} = 10.61, SD = 4.27$). Sin embargo, se encontró que los estudiantes del grupo experimental 1 puntuaron de manera más alta en los resultados del test ($Diferencia\ de\ medias = 2.91; p = 0.011$); igualmente los estudiantes del grupo experimental 2 mostraron un mejor desempeño que los del grupo control ($Diferencia\ de\ medias = 4.36;\ p = 0.000$). También se observó que entre el grupo experimental 1 y el grupo experimental 2 no se observaron diferencias significativas ($Diferencia\ de\ medias = -1.45;\ p = 0.040$). En este estudio se concluyó que a nivel de preescolar el aprendizaje cooperativo es una estrategia que demuestra buenos resultados en al resolver problemas en matemáticas.

Tarim & Aknediz (2008) en su investigación realizada en estudiantes de cuarto elemental analizaron los efectos de dos métodos de aprendizaje cooperativo en matemáticas, TAI y STAD. Se escogieron estos dos métodos, ya que según Slavin & Cooper (1999) son de fácil aplicación en matemáticas y han mostrado un alto nivel de confiabilidad. Esta investigación se llevó a cabo a través de cuatro grupos experimentales y tres grupos control, un pretest y un postest. Al realizar el pretest se realizó la ANOVA y se encontró que no hubo diferencias significativas, ($F\ (2{,}245) = 2.064, p > 0.05, n.s$) entre los grupos experimentales y control. La medias del pretest presentaron las siguientes medidas ($M_{TAI\ 1} = 26.06, SD = 6.95; M_{STAD} = 25.02, SD = 8.58;\ M_{Control} = 23.55, SD = 8.80$). Con respecto al desempeño, los estudiantes de los grupos cooperativos específicamente del grupo TAI mostraron un incremento mayor con respecto al de control ($Diferencia\ de\ medias = 7.057;\ p = 0.000$) al igual que los estudiantes del grupo STAD ($Diferencia\ de\ medias = 2.714;\ p = 0.018$).

Desde comienzos de los años 80's se tuvo conocimiento de la importancia del aprendizaje cooperativo por los estudios de Slavin, Leavey, & Madden (1984) donde investigaron en dos estudios, el efecto del aprendizaje cooperativo con el desempeño de los estudiantes en matemáticas en 504 estudiantes de 3°, 4° y 5° grado en escuelas de clase media en el distrito suburbano de Maryland (USA) y un segundo estudio con 375 estudiantes de 4°, 5° y 6° grado en otro distrito suburbano de clase media en Maryland (USA). Los resultados para el estudio 1 mostraron que los puntajes iniciales de los pretest para los dos grupos experimentales y el de control no presentaron diferencias significativas más allá de ($p <\ .10$). Las medias para cada grupo ($M_{TAI\,1} = 30.18, SD = 10.08; M_{II} = 28.51, SD = 11.59;\ M_{Control} = 29.25, SD = 11.27$), en tanto que los promedios finales para los grupos fueron de ($M_{TAI\,1} = 33.12, SD = 9.43; M_{II} = 31.45, SD = 11.31;\ M_{Control} = 31.02, SD = 11.86$). Los resultados del test aplicado CTBS (Comprehensive Test of Basic Skills Level 2 form S-Examen de Comprensión de Destrezas Básicas, Nivel 2, formato S) muestran un efecto marginal significativo para todo los grupos de ($F(2{,}431) = 2.76\ p < .07$). El grupo TAI tuvo una ganancia significativa en el desempeño de las matemáticas mayor que el grupo control ($F(1{,}284) = 5{,}39\ p < .03$) mientras que el grupo II tuvo una ganancia marginal con respecto al grupo control ($F(1{,}294) = 2.90\ p < .09$). Sin embargo no se presentarion diferencias significativas entre el grupo TAI y el grupo II.

En el estudio 2, se hizo una variación, se utilizaron cuatro colegios, dos colegios TAI y dos colegios control, organizados así: un colegio TAI y el colegio control que pertenecían al estrato socioeconómico medio y bajo y el otro colegio TAI y el colegio control que pertenecían al estrato bajo. De estos colegios se formaron un total de 10 grupos TAI (experimental) y 6 grupos control. No se presentaron diferencias significativas en los resultados de los pretest de los grupos experimental y de control. Los promedios de los grupos TAI y control de los pretest ($M_{TAI\,1} = 28.50, SD = 9.39;\ M_{Control} = 27.12, SD = 9.87$) y los promedios finales para estos grupos fueron ($M_{TAI\,1} = 30.84, SD = 9.16;\ M_{Control} = 28.40, SD = 9.36$). Al igual que en el estudio 1, los investigadores observaron que el grupo de estudiantes TAI obtuvo resultados significativamente mayores que los del grupo control ($F(1{,}299) = 4.70\ p < .03$). Los resultados de los dos estudios confirman que los estudiantes que utilizaron estrategias de aprendizaje cooperativo tuvieron mejor desempeño que aquellos que tuvieron instrucción tradicional.

En su investigación para estudiar el efecto del aprendizaje cooperativo en las habilidades matemáticas de los niños de kindergarten Artut (2009) utilizó dos kindergarten privados de estrato socioeconómico medio alto cuyos niños eran hijos de padres con educación universitaria en la ciudad de Adana, Turquía. Utilizó el TEMA 3 para la medición del desempeño en matemáticas y los promedios de los pretest fueron ($M_{Exp} = 101.52, SD = 11.84;\ M_{Control} = 104.70, SD = 10.83$); aunque la medida del grupo de control era un poco más alto se realizó un t-test y se encontró que no había una diferencia significativa entre los dos grupos ($t(32) = -.816, p\ > 0.05$). Se observaron después de la intervención los resultados y los promedios del postest ($M_{Exp} = 109.4, SD = 10.94;\ M_{Control} = 105.11, SD = 15.38$); se realizó un análisis de covarianza y se encontró que existía una diferencia significativa entre las medidas de los dos resultados a favor del grupo experimental ($\text{F}(1{,}31) = 5.09, p < .05$). El autor concluyó que se presenta un incremento en las habilidades matemáticas de los niños en edad preescolar después de participar en actividades de aprendizaje cooperativo demostrando que estas estrategias son accesibles y efectivas en estas edades tempranas.

En estudios como los de Tarim (2009) y Tarim & Aknediz (2008) se muestra que el aprendizaje cooperativo puede también mejorar los desempeños de la memoria a largo plazo, desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas, al igual que mejorar el autoconcepto y las habilidades sociales.

Por otro lado, el interés hacia la pregunta como una herramienta de instrucción en el contexto académico se puede rastrear hasta el siglo IV AC, como se evidencia en el discurso socrático detallado en la obra de Platón. En el siglo XXI, el uso de la pregunta se incluye en el contexto disciplinario y conductual dentro de las actividades en clase para promover la curiosidad investigativa, desarrollar el pensamiento, evaluar la comprensión y el conocimiento del estudiante.

En el contexto de aprendizaje, las preguntas del docente se definen como las pistas que ofrece el profesor para indicarle a los estudiantes los contenidos o temas que van a aprender y cómo lo deben hacer. Dentro de la estructura que hace un docente de su clase, destina una gran parte del tiempo a la actividad de formulación de preguntas; éstas se presentan frecuentemente cuando en el salón de clases se propician ambientes de discusión, evaluación, debates, entre otros; todos ellos caracterizados por el patrón de discurso. (Wilkinson & Son, 2010)

En el uso de preguntas entre profesores y estudiantes, se desarrolló el término *patrón de discurso* para referirse a la secuencia que se presenta en el uso de preguntas entre éstos y que se da de manera ordenada como una sucesión de tres pasos que la inicia el docente al hacer una pregunta, luego, un estudiante la responde y finalmente, el docente la evalúa (Wilkinson & Son, 2010). A esta secuencia se le llamó IRF por sus siglas en inglés (initiation-response-follow up) y luego IRE (initiation-response-evaluation) para incluir la evaluación. Las clases tradicionales son las que reflejan el patrón de discurso IRE en el cual los estudiantes se limitan solamente a contestar y no tienen oportunidades de desarrollar estrategias de comunicación por lo que, el discurso IRE ha sido fuertemente criticado al constituirse en un modelo que muestra el aprendizaje como una serie de hechos que deben ser recitados por los estudiantes cuando a éstos se les pregunta (Faruji, 2011).

Durante los 90's surgió un movimiento cuyo propósito era modificar el patrón de discurso de las clases de tal forma que se ajustaran mejor a las nuevas y cambiantes metas educativas. A éstas se les llama *inquiry* y *discourse intensive*, o también conocidas como no tradicionales mientras que, al IRE se le conoce como tradicional. (Cazden & Beck, 2003)

Se ha encontrado que las preguntas del salón de clases tienen diferentes propósitos y éstos son: desarrollar la motivación del estudiante para que sea parte activa de la clase; evaluar los conocimientos previos del estudiante sobre el tema a tratar; revisar tareas; desarrollar destrezas de pensamiento crítico y fomentar actitudes investigativas; repasar y resumir lecciones anteriores; promover la comprensión de relaciones que se presentan entre el nuevo conocimiento y el conocimiento anterior; evaluar desempeños académicos; estimular al estudiante a buscar el conocimiento por sí mismo (Cotton, 2001)

Finalmente, sobre el uso de la pregunta en el aula de clase hay varios hechos que se han comprobado a lo largo del estudio de esta estrategia: para crear un ambiente que facilite el aprendizaje es importante que el docente conozca y use diferentes tipos de preguntas; a los docentes se les puede enseñar cómo preguntar y las diferentes clases de preguntas que se pueden hacer según el momento y el propósito establecido; al estudiante se le puede enseñar a responder fundamentado en lo enseñado en la clase. Ahora, con respecto a la relación entre el uso de la pregunta y el desempeño académico se ha hallado que el promover que los estudiantes generen preguntas tiene un efecto positivo en el aprendizaje; cuando el docente da un tiempo de espera para que los estudiantes respondan la pregunta formulada lleva a los alumnos a dar una respuesta de mejor calidad al igual que, aumenta su desempeño académico (Wilkinson & Son, 2010).

En el estudio de Perry, Vanderstoep, & Yu (1993) llevado a cabo en Japón, China (Taiwán) y EE.UU, se investigaba el tipo de preguntas que se hacían al enseñar lecciones de matemáticas de adición y sustracción en primer grado. Los resultados de este estudio llevaron a especular que el tipo de preguntas que hacen los profesores japoneses y chinos en sus aulas de clase pueden ayudar a la construcción de un conocimiento matemático más sofisticado. Es decir, que si el tipo de pregunta que hacía el profesor llevaba al estudiante a desarrollar procesos de orden superior, entonces el estudiante presentaría un mejor desempeño.

En las preguntas de cálculo o memoria, no se observó una diferencia significativa en el número de preguntas de este tipo en las lecciones en los tres países: Japón la utilizó el 61%, Taiwán (China), 46% y EE. UU, 46%, por lo tanto se puede decir que se utilizaron en forma similar. En cuanto a las preguntas de recordar la regla que se utilizaba, se presentó también un desempeño similar en los tres países, se utilizaba muy poco, Japón 8%, Taiwán (China) 1% y EE.UU 3%. Al examinar las preguntas de computación en contexto se notó una diferencia significativa entre los profesores asiáticos y los estadounidenses debido al tipo de contexto que se utilizaba: Japón la utilizó 58%, Taiwán (China), 61% y EE.UU., 31%, mostrando una varianza de $(F(1.247) = 3.99, p < .05)$. En cuanto a las preguntas de crear un problema en ninguno de los tres países se presentaba con mucha frecuencia, Japón 7%, Taiwán 14% y EE.UU. 8%. Con respecto a las preguntas de estrategias para la resolución de problemas, se observó que en los tres países se presentan pero que en Japón se utiliza en el 63% de las clases y en Taiwán, en el 50% de las clases, mucho más consistente que en EE.UU. donde sólo se utiliza en el 24% de las clases, mostrando una diferencia significativa de $(F(0).857 = 7.66, p < .001)$.

Los estudiantes japoneses estuvieron motivados por sus profesores en situaciones con preguntas de conocimiento conceptual en el 37% de las lecciones a diferencia de sus compañeros chinos y estadounidenses; a su vez, los estudiantes chinos estuvieron más expuestos a este tipo de preguntas, con un 20% en las lecciones y los estudiantes estadounidenses estuvieron expuestos a este tipo de pregunta sólo en el 2% de las lecciones, mostrando una diferencia significativa $(F(0.423) = 11.34, p < \ 0.01)$. Los resultados del estudio muestran cómo también el discurso de la clase puede afectar la cognición del estudiante. Los profesores asiáticos en su discurso no se quedaban sólo en la resolución del problema, ellos esperaban que sus estudiantes fueran más allá, que pudieran comparar situaciones y operaciones, esperaban niveles más complejos de pensamiento de sus estudiantes y por ello hacían preguntas acorde al nivel de pensamiento que querían desarrollar; mientras que, los profesores estadounidenses hacían preguntas que no llevaban a sus estudiantes a niveles de pensamiento de orden superior.

Por otro lado, con respecto a los tipos de práctica y el uso de la pregunta, en un estudio de Stipek & Byler (2004) se encontró una relación positiva y significativa del uso de la pregunta con la práctica constructivista ($r_{Const} = 0.21, p < 0.05$) y una relación negativa y no significativa con la práctica tradicional $\left(r_{Trad} = -0.17, p < 0.10\right)$. Esto implica que, cuando el profesor utiliza la práctica centrada en el uso de las preguntas, el efecto es el desarrollo de pensamiento de orden superior y una tendencia hacia una postura constructivista mientras que, cuando sus actividades o prácticas están centradas en las destrezas básicas, su postura muestra una tendencia hacia lo tradicional.

De acuerdo al estudio de Smart & Marshall (2013) realizaron un análisis entre varios factores del discurso de la clase y el nivel cognitivo del estudiante y concluyeron que la relación entre el nivel de la pregunta y el nivel cognitivo del estudiante presentaron una relación positiva significativa. La relación entre el nivel de la pregunta y el nivel cognitivo del estudiante tuvo una correlación bivariada ($correlación\ bivariada\ r = .596, p < .001$) y además una correlación parcial positiva y significativa ($correlación\ parcial\ r = .310\ , p < .05$). Esto quiere decir que, aquellos profesores a los que se calificaron sus preguntas en los niveles de orden superior desarrollaban procesos cognitivos de orden superior en los estudiantes pues requerían que éstos utilizaran estrategias más complejas y sofisticadas para desarrollar las respuestas a las preguntas. En cuánto a la complejidad de la pregunta y su implicación en el nivel cognitivo del estudiante se observó una correlación bivariada positiva y ($correlación\ bivariada\ r = .500, p < .001$) pero una correlación parcial negativa y no significativa ($correlación\ parcial\ r = -.099, p > .05$). Nos muestra el estudio que a medida que la pregunta es más compleja, el estudiante no es sólo capaz de dar una respuesta correcta sino de analizar, criticar y proponer alternativas a las soluciones presentadas por sus compañeros, hace énfasis en los procesos de verificación, argumentación y esclarecimiento.

El estudio concluyó que el discurso facilitado por el profesor era un predictor del nivel cognitivo del estudiante durante la clase. Se observó que aquellos docentes cuyas preguntas no permitían discusiones ni generaban estrategias para resolver problemas no desarrollaban procesos de pensamiento de orden superior en el estudiante, mientras que cuando había preguntas de orden superior que generaban explicaciones, justificaciones y razonamiento en el estudiante desarrollaban un pensamiento más complejo. Las preguntas de orden inferior indicaban una instrucción más centrada en el profesor donde se esperaba respuestas concretas ya que el estudiante respondía en forma mecánica. Este tipo de preguntas no da pie para realizar evaluaciones formativas. Cuando se ofrece al estudiante evaluaciones formativas se le permite al profesor contar con información acerca del razonamiento y comprensión del estudiante y le permite hacer los ajustes necesarios para que su estudiante alcance un mejor aprendizaje. De lo expuesto anteriormente se puede concluir que el profesor juega un papel importante en cuanto al desarrollo del pensamiento utilizando las preguntas del nivel apropiado que lleven al estudiante a desarrollar procesos de razonamiento de orden superior. La forma de preguntar y de comunicarse con sus estudiantes marca una diferencia que los debe llevar a reflexionar acerca de su propia práctica.

En la década de los sesenta, la ciencia de la educación aún no había estudiado de manera científica la influencia del aprendizaje por observación o modelado. Es en esta década que Bandura y varios investigadores, en el área de la psicología y la educación hacen el análisis del impacto de lo social en el aprendizaje y es así como surge la teoría social cognitiva. La teoría social cognitiva se enfoca en la idea de que gran parte del aprendizaje de los seres humanos, iniciando desde los niños, está enmarcado en un entorno social en el que el maestro juega un rol principal y en el cual debido a la observación natural que éstos desarrollan, las reglas, destrezas, estrategias, creencias y actitudes son interiorizadas y aprendidas desde el proceso de la modelación. Es así como, los seres humanos también aprenden acerca de la utilidad y conveniencia de esos comportamientos al observar los modelos y las consecuencias de sus acciones.

Bandura (1986) se refiere al modelado como el aprendizaje que las personas hacen al aprender observando a otros. CormierW. & Cormier (1994) definen el modelado como "el proceso de aprendizaje observacional donde la conducta de un individuo o grupo -el modelo- actúa como estímulo para los pensamientos, actitudes o conductas de otro individuo o grupo que observa la ejecución del modelo".

En la educación temprana cuando se habla de instrucción se refiere a instrucción directa, es decir que el profesor está completamente en control, dando explicaciones y el estudiante es un receptor pasivo. Se define la instrucción directa en matemáticas como las situaciones en que los profesores le dan información o presentan el contenido matemático de forma directa al estudiante (National Research Council, 2009). También se utiliza el término instrucción explícita para indicar las muchas formas en que el profesor intencionalmente estructura el aprendizaje de las matemáticas de un estudiante para que pueda aprender. National Mathematics Advisory Panel (2008) Se necesita un estudiante activo todo el día y en cualquier contexto, por lo tanto el docente debe proveer al estudiante estrategias de aprendizaje que lo mantengan activo. Esta destreza en que adaptar la enseñanza al contenido, el tipo de experiencia de aprendizaje y tener la meta de cada estudiante clara se conoce como instrucción intencional. Para que esto sea efectivo es necesario que el docente utilice evaluación formativa y determine en que parte del proceso de aprendizaje se encuentra el estudiante para proveer el suficiente soporte para que esté en continuo progreso en su aprendizaje. Es muy útil para evitar la dicotomía entre el apendizaje centrado en el alumno y el aprendizaje centrado en el docente. De acuerdo al estudio de Pianta & La Paro (2002) entre más tiempo de instrucción directa o elícita con retroalimentación se le de al estudiante va a alcanzar un mayor nivel en su desempeño académico.

En los trabajos de Malofeeva, Day, Saco, Young, & Ciancio (2004) se evaluó en 40 niños en edad entre 3 y 5 años, las incidencias que tiene la instrucción en estudiantes que la reciben o no. En un experimento con pretest y postest, aquellos niños que no recibieron instrucción en sentido numérico, mostraron que no estuvieron en capacidad de identificar errores al contar ($M_{Exp} = .59, SD = .07$; $M_{Con} = .38, SD = .06$), ni al determinar que número está antes o después de cierto número ($M_{Exp} = .28, SD = .04$; $M_{Con} = .15, SD = .04$), ni al contar hacia atrás ($M_{Exp} = .15, SD = .03; M_{Con} = .05, SD = .02$), mientras que, aquellos niños que estuvieron entrenados en las destrezas de sentido numérico mostraron que estuvieron en capacidad de identificar los errores. La variación en la escala *contar*, corresponde a un tercio de la desviación estándar en el incremento del desempeño desde el pretest al postest para aquellos niños que recibieron instrucción ($Z_{Pre} = .03, SD = 1.13$; $Z_{Post} = .35, SD = 1.06$).

Conocimiento matemático temprano

¿Para qué y por qué se deben enseñar las matemáticas desde temprana edad? ¿Por qué es necesario enseñar, aprender y saber matemáticas? “El niño inicia su escolarización y las competencias matemáticas informales con las que llega a la escuela, deben transformarse en conocimientos y destrezas formales que le facilitarán la comprensión matemática del mundo” (Baroody, A., 1994). Imagine un mundo sin números o matemáticas. Cada vez que se avanza en tecnología, en computación, hay procesos matemáticos involucrados, así que solamente para aprender a entender el mundo en que se mueven hoy los individuos es importante saber matemáticas. Como lo afirman (Lefevre, y otros, 2009) cuando expresan en su estudio que, en este mundo tecnológico y científicamente desarrollado, ser competente en matemáticas es supremamente necesario para todos los individuos que deseen ser exitosos y competitivos.

¿Cuándo se empieza a aprender matemáticas? De acuerdo a Starkey & Cooper (1980) parte de la capacidad numérica está presente en los niños antes del comienzo del conteo oral (aproximadamente 2 años de edad). Este estudio realizado con bebés en edades entre 16 a 30 semanas ($M = 22\ semanas$) permitió concluir que, los bebés de aproximadamente dos años de edad, tienen noción de las matemáticas ya que, muestran a través del proceso perceptual de numeración conocido como *subitizing*, que pueden recordar, discriminar y representar cantidades menores a 3 items. Adicionalmente, para los niños en edad temprana, aprender matemáticas es una actividad "natural" (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008). Esta idea la comparten Lipton & Spelke (2003) en su estudio al afirmar que la habilidad matemática es evidente en la infancia cuando se puede observar a los niños diferenciar un conjunto de objetos que varía en su número de elementos. En definitiva, las matemáticas se aprenden a muy temprana edad, tan temprana que el individuo no tiene conciencia de este aprendizaje, ya que cuando llega a la escuela el docente encuentra indicios de este saber matemático. (Ginsburg & Amit, 2008; Baroody, A., 1994)

En palabras de (Gelman R. , 2000), "Podemos pensar en los niños como máquinas de aprendizaje de automonitoreo que tienden a aprender al instante, estén o no estén en la escuela o con algún adulto." Igualmente (Ginsburg H. , 1997) basado en el trabajo de (Gelman R. , 1980) afirma que a la edad de 2 a 3 años los niños comienzan a desarrollar ideas intuitivas de la suma, es decir, el niño sabe que al agregar elementos a un conjunto, este aumenta. Desde sus primeros años, en su día a día, los niños van comprendiendo las matemáticas en sus diversos aspectos, tales como son: el espacio, la forma, patrones, al igual que los números y las operaciones. Pero estas matemáticas cotidianas abarcan algo más que sólo números; no sólo involucran habilidades y conocimientos sino que son concretas y abstractas y se pueden aprender de forma abierta sin la presencia de un adulto. Se conoce que todos los niños tienen el potencial de desarrollar actividades matemáticas, aun cuando lleguen a la escuela en distintos niveles debido a un abanico de experiencias y conocimientos matemáticos diversos (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008). Más aún, al momento de hablar, los niños empiezan a contar sin tener una comprensión de lo que significa la correspondencia uno a uno, la cual es una de las destrezas fundamentales en matemáticas (Claessens & Engel, 2013).

Barth, La Mont, Lipton, & Spelke (2005) demostraron a través de su investigación, "*Abstract number and arithmetic in Preschool children"*, que los niños comparan y suman cantidades presentadas en diversas modalidades antes de empezar la instrucción matemática formal. Esto es un descubrimiento sorprendente debido a que, muchos niños en edad escolar tienen dificultades aprendiendo la matemática simbólica. El desarrollo matemático temprano comienza primero que el desarrollo de la numeración temprana, la cual aparece entre los dos y los siete años. Otros autores como, (Sarama & Clements, 2009; Vygotsky, 2012; Baroody, Lai, & Mix, 2006; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008) también encontraron que la expresión preverbal de número (una representación aproximada de la magnitud) se manifiesta antes de la representación simbólica del número. De acuerdo a Brannon & Van de Walle (2002) se ha encontrado que niños de dos y tres años reconocen ideas matemáticas y tienen conocimiento numérico ordinal. Adicionalmente, Bryant & Nunes (2002) afirman que la base del desarrollo de la matemática temprana se da cuando se presentan tres factores: primero, un contexto significativo en la enseñanza de las matemáticas, segundo, el pensamiento lógico y tercero, la enseñanza convencional de los sistemas de conteo que se pueden desarrollar a través de las experiencias cotidianas de los niños. Igualmente, en su constante investigación (Baroody A. , 2004), nos confirma que antes de realizar el conteo de pequeños conjuntos, los niños de 3 años de edad han desarrollado de manera lo suficientemente precisa cómo crear, representar y marcar pequeños grupos.

Por otro lado, el término conocimiento matemático temprano se refiere a los conceptos que el niño ha desarrollado desde muy temprana edad hasta los seis años y se clasifica en informal y formal. Las diferencias entre estos consisten en que el informal se desarrolla a través de la actividad lúdica, física y social, mientras que, el formal, se desarrolla utilizando los símbolos abstractos que son aprendidos en la escuela (Ginsburg & Baroody, 2003). De acuerdo a Carbonero & Navarro (2006) “el objetivo de la escuela consiste en proporcionar lenguajes simbólicos que le permitirán representar lo que de forma intuitiva va captando, lo cual le facilitará a su vez la comprensión de otras disciplinas.” En cuanto a otro aspecto fundamental de las matemáticas, como es la resolución de problemas, Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang, & Loef (1989) manifestaron que los pequeños llegan a la escuela con una diversidad de estrategias que pueden ser utilizadas en la resolución de problemas y, con el tiempo y el aprendizaje, desarrollan estrategias más complejas.

Ahora bien, con respecto a la relación de las matemáticas tempranas con el desempeño académico de los estudiantes, Duncan, y otros (2007) en su estudio determinaron que haciendo una comparación entre las destrezas lectoras, socio-afectivas, y de matemáticas a la entrada del kindergarten, “los conceptos de matemáticas temprana, como el conocimiento de los números y la ordinalidad, fueron los predictores más poderosos para el aprendizaje posterior.” Dentro de los conceptos evaluados en el área de las matemáticas estaban: conteo, ordinalidad, tamaño relativo, conocimiento númerico informal, suma y secuencia de número, siendo el conocimiento numérico y ordinalidad los predictores más fuertes del aprendizaje posterior con un coeficiente de regresión de $(r = 0.34, p < .001)$, mientras que la lectura arrojó $(r = 0.17, p < .001)$ y las conductas sociales y afectivas solamente$(r = 0.10, p <$

.001). Los autores afirman que "las destrezas en matemáticas al comenzar la escuela fueron predictores consistentes de los logros en los grados posteriores".

De la misma manera, un estudio estadounidense de gran escala, Hooper, Roberts, Sideris, Burchinal, & Zeisel (2010) concluye que las habilidades matemáticas informales en el momento del ingreso a la escuela predijeron las habilidades en matemáticas y hasta las capacidades lectoras en segundo y tercero elemental, respectivamente, más que las destrezas de lectura. Es importante resaltar que para que se potencialice al máximo el conocimiento matemático inicial de un estudiante es necesario hacerle seguimiento al progreso de su desarrollo a través de la buena calidad del proceso de enseñanza aprendizaje de los colegios.

En lo que respecta a Claessens, Duncan, & Engel (2009), encontraron que el nivel de los conocimientos evaluados y alcanzados al comenzar la escuela formal predecían el nivel de objetivos logrados al final del quinto grado de primaria mostrados en los resultados de los exámenes tanto en matemáticas como en lectura. Al analizar estos resultados, se observó una correlación más fuerte entre el nivel inicial de matemáticas en kindergarten con el nivel de matemáticas en quinto grado de($r = 0.63$); igualmente, al comparar el nivel de matemáticas inicial con el nivel de lectura en quinto grado la correlación fue de ($r = 0.60$). Mientras que, la correlación entre el nivel de lectura inicial en kindergarten con el nivel de lectura en quinto grado arrojó una correlación de($r = 0.47$); al comparar el nivel de lectura inicial con el nivel de matemáticas de quinto grado la correlación fue de ($r = 0.50$). Es decir, a través de estos datos se encontró que las destrezas matemáticas tempranas son mejores predictores del éxito escolar posterior que las destrezas en lectura. De esta manera, la matemática como predictor del éxito escolar no sólo se circunscribe al área de matemáticas sino que incluye el área de lectura.

Adicionalmente Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi (2004), concluyeron, como resultado de su estudio longitudinal, que los estudiantes que presentaban habilidades numéricas bajas antes de entrar a primaria continuaban con las mismas deficiencias durante toda la primaria. En este estudio de 194 niños finlandeses en edades entre 5 y 6 años, que se realizó en 6 etapas desde preescolar hasta segundo de primaria, la primera medida de la media del nivel de desempeño en matemáticas (Medida 1) fue positiva y estadísticamente significativa ($M_1 = 12.29, SD = 0.32, p < .001$). Los resultados revelan que el nivel de varianza de la media ($s^2 = 20.22, p < .001$) fue estadísticamente significativa, indicando que existían diferencias individuales significativas a través del tiempo en estos dos componentes. Estos resultados sugieren que el desarrollo del desempeño en matemáticas de los estudiantes a través de las 6 mediciones muestra un patrón acumulativo. A mayor nivel inicial en matemáticas, mayor la tasa de crecimiento del alumno desde preescolar hasta segundo grado. De manera directamente proporcional a esta idea, si el niño presenta un bajo nivel inicial en matemáticas, se presenta un bajo rendimiento en el desempeño de matemáticas a través del tiempo. Una observación interesante de este estudio fue que los autores encontraron que aquellos estudiantes que tuvieron un nivel mayor en la habilidad de conteo al comienzo de la investigación, tenían más probabilidad de que se encontraran en el grupo de alto desempeño al finalizar.

Gersten, Jordan, & Flojo (2005) y Malofeeva, Day, Saco, Young, & Ciancio (2004) son otros de los muchos investigadores que refuerzan lo mencionado anteriormente, cuando afirman que si al estudiante se le presentan dificultades al aprender las relaciones numéricas y el significado de número en edad temprana, el resultado es de influencia negativa sobre el desempeño en los grados de elemental. En su trabajo de investigación, Gersten, Jordan, & Flojo (2005) resaltan conclusiones sobre unos estudios relacionados con las dificultades en matemáticas, su identificación temprana e intervención. Los aspectos que aparecen como indicadores válidos y confiables del potencial de las dificultades en matemáticas en kindergarten son: comparación de magnitudes, estrategias de conteo sofisticadas, identificación con fluidez de los números, memoria de trabajo evidenciada a través del conteo hacia atrás. En la investigación analizan los estudios para medir dificultades en matermáticas de Clarke & Shinn (2004) y de Chard et al (2005). Para los estudios de Clarke & Shinn, (2004) los aspectos predictivos de las dificultades en matemáticas en primer grado fueron: identificación de número $(r = .72)$, discriminación de cantidad $(r = .79)$, número faltante $(r = .72)$. Chard et al (2005) exploró la validez predictiva de Clarke & Shinn (2004) utilizando una muestra más grande y realizando una correlación entre kindergarten y primer grado. La validez de los aspectos predicitivos de los estudios de Chard et al (2005) en kindergarten fueron: identificación de número$(r = .58)$, discriminación de cantidad $(r = .53)$, número faltante $(r = .61)$ y en primer grado identificación de número$(r = .58)$, discriminación de cantidad $(r = .53)$, número faltante $(r = .61)$. Utilizaron el NKT (*Number Knowledge Test*-Examen de Conocimiento Numérico) para hacer las mediciones de su estudio. Las correlaciones fueron significativas para kindergarten ($r = .66, p < .01$) y para primer grado ($r = .68, p < .01$). Los autores concluyeron que las intervenciones futuras en matemáticas tempranas deberían apuntar al desarrollo de la fluidez y el dominio de las combinaciones aritméticas básicas y al uso preciso y eficiente de las estrategias de conteo.

Igualmente Malofeeva, Day, Saco, Young, & Ciancio (2004) reafirmando la idea de la importancia de detectar desde temprana edad las dificultades en matemáticas, realizaron un estudio en el cual encontraron diferencias significativas entre los niños que recibieron instrucción y los que no. En este estudio los investigadores diseñaron un examen basado en los test de conocimiento numérico por Griffin et al. (1994) and Clements (1984), desarrollando una intervención que apuntaba a la comprensión del sentido numérico por el niño, por lo que mostraron con investigaciones existentes que el sentido numérico se podía evaluar desde los 3 a 4 años de edad. Los investigadores encontraron que el formato de evaluación NST (*Number Sense Test*- Examen de Sentido Numérico) tuvo una alta consistencia interna además, ser un medio válido para evaluar mejoras antes y después en el test en las destrezas de instrucción.

Reforzando esta idea, Claessens & Engel (2013) en su estudio concluyeron que el reconocimiento de números, de formas y de patrones eran predictores importantes del desempeño en matemáticas en elemental y hasta 8° grado, donde las matemáticas son más abstractas e implican procesos cognitivos más complejos. Adicionalmente, en esta investigación se concluyó que las destrezas matemáticas tempranas eran importantes para predecir no sólo los logros en matemáticas, sino que podían predecir desempeños en lectura y ciencias. También se encontró un dato interesante y diferente a los otros estudios realizados hasta ese momento y es que las habilidades matemáticas tempranas pueden predecir la posibilidad de que el estudiante pueda reprobar el año. Para realizar este estudio se tomó una muestra de 7.514 niños a nivel de kindergarten que fue dividida en grupos de acuerdo a sus niveles de desempeño, teniendo un subgrupo de bajo rendimiento con un total de 2.329 niños que puntuaron en sus medias, en el nivel 1 ($M_{Avanz} = 0{,}95$, $M_{Bajo\ Rend} = 0{,}86$) donde se medía conocimientos básicos en identificación de números de un solo dígito, reconocimiento de formas y realización de conteo de uno en uno hasta el 10. En cuanto al nivel de desempeño 2, se midió la habilidad del niño para leer todos los números de un solo dígito y contar más allá de 10, reconocer patrones y usar unidades no estandarizadas para medir y comparar objetos, arrojando un promedio ($M_{Avanz} = 0{,}62, M_{Bajo\ Rend} = 0{,}23$). Dentro del estudio, el nivel 2 fue el predictor más importante y coherente de los desempeños de los cursos de elemental en matemáticas y lectura.

En el estudio de Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak (2006) investigaron el desempeño y crecimiento en matemáticas de niños de estrato socioeconómico bajo y medio a través del desarrollo del sentido de número en kindergarten, que incluía conteo, conocimiento numérico, transformación numérica, estimación y patrones de números. Los estudiantes en el grupo socioeconómico medio se desempeñaron significativamente mejor que los estudiantes en el grupo socioeconómico bajo teniendo en cuenta todos los ítems del sentido numérico ($Intercepto_{Total}\ M = 39.35, p < .05$; $Intercepto_{Bajo}\ M = -5.83, p < .05$). De manera más específica, al momento de solucionar problemas, los niños de preescolar de estrato socioeconómico bajo tienen 4 veces mas probabilidad de caer en las categorías de menor desempeño que sus compañeros de estrato socioeconómico medio, ya que en cuanto a los problemas verbales o basados en historias, la variable nivel socioeconómico tuvo un efecto importante en esta tarea, los niños que se encontraban en las clases de nivel bajo/estable provenientes de nivel socioeconómico bajo tuvieron un puntaje promedio de *0.68* menor al final del kindergarten y crecieron a un promedio de *0.29* más lento por mes a través del kindergarten que los niños de estrato socioeconómico medio.

(Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009) estudiaron la relación entre la competencia numérica evaluada desde comienzos de kindergarten hasta mediados de 1° grado y el desempeño en matemáticas evaluado desde finales de 1° hasta finales de 3° grado. En esta investigación encontraron que la relación era fuerte, significativa y que la competencia numérica en kindergarten era un predictor del nivel de desempeño desde 1° grado hasta 3° grado. Igualmente, esta competencia resultó un predictor de la tasa de crecimiento del desempeño en matemáticas desde 1° hasta 3° grado. Los niños de estrato socioeconómico bajo presentaron un nivel de desempeño mucho más bajo que los del nivel socioeconómico medio. En el estudio participaron 378 niños de kindergarten y 186 niños de 3° grado. Al comenzar el estudio presentaron estos promedios en competencia numérica: ($M_{KinderBajo} = 16.34$, $SD = 4.48$; $M_{KinderMedio} = 20.20$, $SD = 6.71$) y al finalizar en la última medida de 3er grado presentaron estos promedios: ($M_{3Bajo} = 13.40$, $SD = 3.12$; $M_{3Medio} = 15.45$, $SD = 3.42$). Los estudiantes de estrato socioeconómico bajo se desempeñaron casi 5 puntos por debajo de los estudiantes de estrato socioeconómico medio en el examen *WJMath* (Woodcock–Johnson III Achievement Tests–Mathematics-Woodcock-Johnson III Examen de Desempeño en Matemáticas) al final del tercer grado $\left(b = -4.62, z = -7.48, p < .05, CI.95 = -5.83 - -3.41\right)$ y presentaron una tasa de crecimiento más lenta $(b = -0.04, z = -2.98, p < .05, CI.95 = -0.07 - -0.02)$ que los estudiantes del nivel socioeconómico medio. Los autores concluyen que esto puede explicarse debido a las bajas competencias numéricas presentadas en su evaluación de kindergarten. Por otro lado, sobre los desempeños altos, se concluye que el tener un alto nivel de competencia numérica en kindergarten le permite al estudiante desempeñarse de manera exitosa y tener un crecimiento más rápido y consistente que el de los estudiantes con baja competencia numérica.

De acuerdo a (Clements & Sarama, 2004), la evidencia indica que los niños aprenden las destrezas básicas de conteo desde temprana edad, pero a diferentes ritmos, es decir, hay una gran diferencia entre estas destrezas tempranas en matemáticas, tales como seriación y comparación de figuras geométricas, debido a su nivel socioeconómico.

Es así como, haciendo un análisis más exhaustivo del nivel con que llegan los estudiantes al kindergarten y su desempeño posterior (Bodovski & Farkas, 2007) en su trabajo, primero, clasificaron a los estudiantes de acuerdo a su nivel de desempeño al iniciar el kindergarten utilizando los percentiles 25, 50, 75 de los resultados obtenidos, de la siguiente manera: si su resultado total era igual o menor al percentil 25 se asignaba al Grupo 1; si su resultado se encontraba entre el percentil 26 y el 50 se asignaba al Grupo 2; si su resultado estaba entre el percentil 51 y el 75 se asignaba al Grupo 3; si su resultado estaba arriba del percentil 75 se asignaba al grupo 4 y, a su vez, observaron la trayectoria del aprendizaje del estudiante hasta finalizar el 3° grado. Luego, analizaron que cada grupo estaba subclasificado de acuerdo a las competencias en las destrezas evaluadas. Entre los estudiantes del grupo pertenecientes al cuartil inferior se observó que el 26% no era competente en ninguna de las destrezas; 71% eran competentes solamente en números y formas geométricas, pero en ninguna destreza superior, solo el 2% de este grupo era competente en tamaño relativo; En contraste, en el grupo 2 los estudiantes se dividieron de forma equitativa, 47% era competente en número y formas geométricas y 53% en tamaño relativo. En el grupo 3 sólo el 3% era competente en número y formas geométricas, 85% era competente en tamaño relativo y solo el 12% se mostró competente en ordinalidad y secuencia. En el grupo 4, el 13% era competente en tamaño relativo, el 70% de los estudiantes tuvieron su máxima competencia en ordinalidad y secuencia, un adicional 16% fue competente en suma y resta y un 1% competente en multiplicación y división. Esto refuerza lo que los autores citados anteriormente afirman ya que, muestra que los estudiantes en cada uno de los cuatro grupos estaban operando en niveles diferentes al iniciar el kindergarten.

De acuerdo a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), a través del proyecto “Mathematics Teaching and Learning Strategies in PISA”, el proceso de enseñanza-aprendizaje es diverso y cambia de acuerdo a los modelos educativos. Sin embargo, se encontró que, sin importar el país de origen, los factores que inciden con mayor preponderancia en el aprendizaje del alumno son: la disciplina, el nivel socioeconómico del estudiante y su actitud hacia las matemáticas (Redacción Revista Dinero, 2010). Esto reafirma lo encontrado con respecto a la relación del nivel socioeconómico y el desempeño de los estudiantes por una diversidad de autores que han revisado el tema y que han encontrado que los niños de familias de estrato socioeconómico bajo ingresan a la escuela con un nivel inferior en sus habilidades académicas que los niños de estratos superiores y esta diferencia tiende a aumentar con el paso de los años, como se ha descrito en varios de los estudios mencionados (Stipek & Byler, 2004; Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Siegler & Ramani, 2008; Clements & Sarama, 2011; Engels, Claessens, & Finch, 2011).

En Colombia, el sistema de estratificación socioeconómico fue diseñado para clasificar las viviendas en 6 estratos de acuerdo a las características físicas de éstas y el sector residencial en que se encuentran para que sirva como indicador y así determinar quienes reciben los subsidios de servicios públicos. De acuerdo a esto, los estratos se clasifican de las siguiente manera: estratos 1 – 3 reciben subsidio, estrato 4 paga la tarifa regular y estratos 5 – 6 aportan el subsidio que reciben los estratos 1 – 3 (OCDE, 2012). De esta manera, se considera pobre aquel individuo cuyos ingresos mensuales no superen $211.807.oo y de acuerdo a los informes del DANE, el porcentaje de personas en situación de pobreza a nivel nacional fue de 28.5% en 2014, es decir en Colombia había 13´210.000 personas pobres,(Ramírez Peña, 2015) que son los que se ubican en estrato 1 (Bajo), lo que traduce que Colombia, entre 134 países es el 14° con mayor desigualdad. En los estratos del 1 al 3 se encuentra aproximadamente el 79,2 % de la población colombiana (Portafolio, 2015). De acuerdo al informe de UNICEF, los niños en edades de 3 a 5 años son el grupo de edad con mayor pobreza multinivel (salud, educación y trabajo), con un porcentaje del 37%, y aún más dramático, no tienen acceso a la educación preescolar aproximadamente el 80% de este grupo (Unicef, 2014). La tasa de matrícula en educación preescolar en los países de la OCDE es cercano al 90%, mientras que en Colombia el promedio de estudiantes en educación preescolar se sitúa en el 50%, casi la mitad del promedio de los otros países. Además de esto, se suma que Colombia tiene una alta tasa de deserción de la escuela, que se presenta en estudiantes de estratos socioeconómicos bajos (OCDE, 2015). En cuanto a la ciudad de Barranquilla, de acuerdo a las cifras del Dane, en 2013, fue la ciudad con menor porcentaje de personas por debajo de la línea de pobreza, con un 29.1%, comparada con otras capitales de la Costa Atlántica; cifra que lamentablemente muestra que aproximadamente un tercio de la población del área metropolitana está en condiciones lamentables, indicador que nos lleva a concluir que todavía hay mucho por hacer (Mouthon Mejía, 2014).

Aunque se ha intentado tener programas académicamente más rigurosos en la educación temprana, su enfoque ha sido hacia el desarrollo del lenguaje y la lectura (National Research Council, 2009).

No sólo es importante desarrollar un buen programa de matemáticas en edad temprana para tener un buen desempeño en esta área en años posteriores sino que, como lo afirman (Clements D. , Sarama, Unlu, & Lazer, 2012) en su trabajo al estudiar el impacto que tuvo un currículo intensivo de pre-kindergarten, llamado *Building Blocks (*Construyendo Bloques*)*, en el lenguaje oral y el reconocimiento de letras en niños de estrato socioeconómico bajo. Los investigadores encontraron que no hubo una diferencia entre el grupo experimental y el de control, pero encontraron que los niños utilizando el currículo de *Building Blocks* tuvieron un desempeño sobresaliente en los resultados de cuatro *subtests* del examen de lenguaje oral: habilidad para recordar palabras claves; uso de expresiones complejas; deseos de reproducir narraciones de forma independiente; y razonamiento inferencial (contenido práctico). Para los dos grupos, *Building Blocks* y control, no existió una diferencia significativa al comienzo del estudio al aplicar los exámenes de pretest TEAM $(\mathrm{t}\ (1{,}026) = -1.086, \mathrm{p}\ = .285.)$. El impacto del grupo experimental en los resultados del postest TEAM en matemáticas fue significativo y favoreció al grupo *Building Blocks* con un tamaño del efecto $(e = .72)$. No hubo diferencia significativa entre el grupo de *Building Blocks* y el grupo control en cuánto al número de letras organizadas correctamente $(g\ =\ -.05, p\ =\ .743)$, ni en longitud de la oración $(g\ =\ .08, p\ =\ .23)$. Se observaron diferencias significativas entre los grupos *Building Blocks* y el grupo control en cuanto a los resultados de subtest en información $(\mathrm{g}\ = .29\ (\mathrm{p}\ <\ .001)$, complejidad $(g\ =\ .16, p\ =\ .03)$, independencia $(g\ =\ .36, p <\ .001)$ y razonamiento inferencial $(g\ =\ .16, p\ =\ .03)$. Los investigadores concluyeron que no existía evidencia en el estudio de que el enseñar con un currículo comprensivo en matemáticas tempranas se presentara un impacto negativo en el reconocimiento de letras o destrezas del lenguaje en niños de estrato socioeconómico bajo o comunidades urbanas. Al contrario, el currículo de matemáticas podría tener unos efectos positivos en algunas competencias fundamentales del lenguaje oral, y aquí, al igual que en los estudios mencionados en este aparte, se observa cómo las matemáticas son importantes y responsables de efectos positivos en el desempeño posterior de los estudiantes y en todas las otras áreas acádemicas de relevancia.

Para concluir, se están viviendo transformaciones permanentes en nuestra sociedad y estas transformaciones deben ser acogidas, asimiladas y canalizadas por la escuela para que los estudiantes puedan comprender el mundo en que se está viviendo y actuar conforme a ello. Dentro de esas transformaciones, en tecnología, ciencia y sociedad, gran parte de ello es responsabilidad del área de matemáticas. Por esto, como se ha mencionado anteriormente, en los estudios se ha comprobado que la influencia de las matemáticas tempranas sobre el desempeño académico posterior es grande y esto hace que sea importante que desde temprana edad se le ofrezca a los estudiantes una educación matemática de calidad.

Conocimiento matemático informal

Autores como Baroody, Lai, & Mix (2006), Clements & Sarama (2007) y Ginsburg, Cannon, Eisenband, & Pappas (2006) han reportado a través de sus trabajos investigativos desde hace mas de 20 años que, dada la interacción con el contexto, los niños desde que nacen hasta los 5 años (cuando ingresan a las instituciones formales) desarrollan la matemática informal. Esta matemática informal incluye ideas sobre: *más y menos, poner, quitar, forma, tamaño, ubicación, patrones y posición* e incluyen el juego, donde se presentan *símbolos y estrategias elementales,* no convencionales. Así mismo, se presentan las matemáticas informales como el resultado de la propia imaginación del niño, es decir, inventados por él mismo, sin la intervención de simbolismos formales o alguna instrucción de adultos (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008).

Según Aunio & Niemivirta (2010), las características principales de las matemáticas informales en el ámbito de número y operaciones son: conectar de manera flexible las cantidades con las palabras que representan los números y comprender las relaciones entre estas cantidades. Krajewski & Schneider (2009) citado en Aunio & Niemivirta (2010) han planteado la hipótesis de que los niños pasan por tres niveles que se superponen en el desarrollo de la matemática informal, cada uno con sus destrezas características. En el nivel 1, conocido como el nivel de las las destrezas fundamentales, se encuentran: 1) diferenciar cantidades (comparar conjuntos de cantidades) y 2) aprender a recitar la secuencia de números (conteo verbal). En el nivel 2, conocido como las destrezas significativas del número, se desarrollan las siguientes: 1) aplicar la secuencia de conteo en conjuntos fijos a través de la correspondencia uno -a-uno y 2) enlazar las palabras específicas y las cantidades a través del conocimiento del número cardinal y *subitizing* verbal (es decir, comprender que cada palabra representa una cantidad diferente; por ejemplo, "tres", indica ●●●). En el nivel 3, conocido como el nivel de operaciones con números en forma verbal, se presenta la siguiente: comprender cómo una acción llevada a cabo con los números, representados en forma verbal, afecta a los números (por ejemplo: el reconocer que el resultado de un problema de suma -que no implique el número 0- siempre va a ser mayor que los dos sumandos).

Dentro del concepto de matemática informal, las actividades de conteo y cálculo son consideradas las más importantes (National Council of Teachers in Mathematics, 2000). Aún más, de acuerdo a (Sarama & Clements, 2009) la habilidad de conteo, que incluye conteo oral en forma de secuencia y la enumeración, combinada con destrezas de pensamiento lógico-matemático, es el núcleo del desarrollo de las matemáticas informales. En los resultados de los estudios de (Clements & Sarama, 2004; Mix, Huttenlocher, & Levine, 2002) se ha encontrado que los niños de la primera infancia desarrollan conocimientos numéricos, como el conteo, antes de tener una comprensión formal de representaciones simbólicas y llevar a cabo sumas y restas. Sin el desarrollo del conteo verbal, el pensamiento cuantitativo no se desarrolla. (Sarama & Clements, 2009)

El propósito del estudio de Aunio & Niemivirta (2010) fue conocer cómo la aritmética temprana evaluada en kindergarten (6 años) predice el desempeño matemático de 1° grado. Los resultados claramente mostraron que las destrezas de conteo y las relaciones entre cantidad y número adquiridas antes de comenzar la escuela formal son predictores del desempeño matemático en aritmética básica y aplicada del primer grado. Las destrezas de conteo y las relaciones de cantidad explicaron la varianza en el desempeño de los estudiantes $(s^2 = .47)$, en las destrezas aritméticas básicas $(s^2 = .21)$ y en las destrezas aritméticas aplicadas $(s^2 = .28)$. De éstas, se encontró que las destrezas de conteo eran las que tenían más influencia sobre el desempeño de los estudiantes.

Por ello, cuando se trata de evaluar el conocimiento matemático informal, (Ginsburg & Baroody, 2003) toman en consideración los siguientes campos de la matemática: numeración, comparación, cálculo informal y concepto informal. En cuanto al concepto de *numeración* (Fleer & Raban, 2007) consideraron que éste es más que sólo el número, para ellos se debe incluir el concepto de medición, el conocimiento espacial y todos los aspectos relacionados con el número.

Por otro lado, la habilidad de comparar, clasificar y comprender, la correspondencia uno a uno y la serie, se podrían definir como entender y aprender lo que significa que un número sea *igual a,* o, *más que,* o, *menos que,* otro número (Aunio & Niemivirta, 2010; Baroody, A., 1994). Dentro del concepto de comparación se incluyen los siguientes conceptos:

> […] percepción de hay más, sólo hasta el 10, escoger el número más grande entre el 1-5, escoger el número más grande del 1-10, recta numérica mental, números de un dígito, línea numérica mental, números de dos dígitos, línea numérica mental, números de tres y cuatro dígitos (Ginsburg & Baroody, 2003).

En lo referente al cálculo informal en (Ginsburg & Baroody, 2003) se afirma que se trata de todas las situaciones contextuales informales en las que los niños de 3 a 5 años aprenden a sumar y a restar de acuerdo a su nivel de competencia matemática temprana. Dentro del cálculo informal los niños utilizan las palabras *poner* y *quitar* para referirse a las competencias matemáticas infantiles de suma y resta.

La noción de *conceptos informales*, de acuerdo a (Ginsburg & Baroody, 2003), se conforma por los procesos de calcular la regla de cardinalidad, el asignar equivalencias y la comprensión de cómo se relacionan las partes integrantes con el todo.

Aunio & Niemivirta (2010) hacen un recuento de las habilidades que se desarrollan durante los primeros años de vida del individuo a través de las matemáticas informales. Ellos encontraron que la importancia de las matemáticas informales como base para el desarrollo de los conceptos de las matemáticas formales se ha reconocido por varios autores. De acuerdo con (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978) las destrezas involucradas en el aprendizaje del sistema de conteo tradicional adquirido en la infancia temprana son consideradas la base para lograr el aumento de la conciencia del concepto de número en los niños. De igual manera, (Bryant, 1996) afirma que el hecho de que un niño sea capaz de detectar la correspondencia uno a uno y la seriación resulta fundamental para comprender la cardinalidad y la ordinalidad, que a la vez es importante para comprender la secuencia numérica verbal. Igualmente, (Sophian, 1998) determinó que cuando el niño tiene la habilidad para comparar dos conjuntos, muestra que ha desarrollado un aspecto esencial de la *habilidad de la conservación numérica* y otras formas de razonamiento numérico.

Adicionalmente, (Smith, 2002) manifiesta que la destreza en el proceso de clasificación es un elemento primordial del razonamiento matemático en general.

En el estudio de (Purpura, Baroody, & Lonigan, 2013) se investigó si el conocimiento numérico, es decir, la habilidad para identificar números arábigos y relacionarlos con las cantidades que representan, sirve de intermediario de la relación entre el conocimiento matemático informal y formal. Por sus resultados, concluyeron que el conocimiento numérico sirve de intermediario de la relación entre el conocimiento matemático informal y formal, siempre y cuando la destreza de identificación del número y la comprensión de las relaciones entre el número y la cantidad estén presentes. El estudio se realizó con 206 niños, de 3 a 5 años de edad y los resultados mostraron que al estudiar la relación entre conocimiento matemático informal y el conocimiento numérico se encontró que el conocimiento matemático informal era un predictor significativo del conomiento numérico. ($\beta = .94\ , p < .001$). Al estudiar la relación entre conocimiento matemático informal y conocimiento matemático formal se observó que el conocimiento matemático informal era un predictor significativo del conomiento matemático formal. ($\beta = .84\ , p < \ .001$). Al analizar la relación entre conocimiento numérico y conocimiento matemático formal, al controlar los efectos del conocimiento matemático informal, se observó que el conocimiento numérico era un predictor significativo del conomiento matemático formal ($\beta = .86\ , p < \ .038$). Finalmente, hallaron que existía intermediación del conocimiento numérico en la relación entre el conocimiento matemático informal y formal ($R^2 = .81$) que corresponde al 98% de la varianza total.

En ese estudio de (Purpura, Baroody, & Lonigan, 2013) se investigó un tema que se ha convertido en una preocupación actual y es la pregunta sobre si las destrezas informales tienen un efecto directo en el desarrollo de las destrezas formales o no. El conocimiento matemático informal del niño es una base fundamental para comprender las matemáticas formales de la escuela. En síntesis, para desarrollar un tipo de instrucción efectiva, una estrategia esencial es que los nuevos aprendizajes se conecten a las experiencias del día a día que los niños viven, como por ejemplo, problemas verbales que incluyan situaciones que sean familiares en su cotidianidad o conocimientos que ya hayan sido aprendidos. Sin embargo, existe la posibilidad de que haya otro paso en el desarrollo que no se está tomando en cuenta, y éste se refiere a la conexión del conocimiento informal con los símbolos escritos; paso necesario para la adquisición del conocimiento formal porque provee el puente entre el conocimiento aritmético y númerico informal y los procedimientos y representaciones formales.

National Mathematics Advisory Panel (2008) en su informe determina que el aprendizaje y el desarrollo son procesos de incremento gradual y continuo a través de los años. Aún durante el periodo de preescolar, los niños tienen un mayor razonamiento y una mayor habilidad para resolver problemas de lo que se sospechaba recientemente. Tal como lo afirman (Lee & Ginsburg, 2009) cuando sugieren que la razón por la cual los profesores han subestimado las habilidades matemáticas de los niños en la infancia temprana ha sido por tener una interpretación errada de la teoría de Piaget. Estos profesores se han enfocado en aquello que los niños no pueden hacer ajustándose a la idea de que son inmaduros a nivel cognitivo y que por ello, no serán capaces de entender los conceptos abstractos que subyacen al pensamiento lógico que se necesita en las matemáticas. Por ello, los docentes deciden que no tiene sentido el forzar al niño exponiéndolo a la enseñanza de las matemáticas porque no están listos para comprender profundamente los conceptos implicados en el área.

Finalmente, las matemáticas informales tienen una gran influencia del medio cultural, dentro del cual los padres juegan un papel importante debido al nivel de compromiso en el proceso de aprendizaje de sus hijos, el tipo de actividades que practican con ellos y las clases de libros que leen (Geary, 1994).

Conocimiento matemático formal

Según Ginsburg (1977) citado en (Purpura, Baroody, & Lonigan, 2013). "El conocimiento matemático formal consiste en las destrezas y conceptos enseñados en la escuela; esto incluye el uso convencional de la notación numérica escrita (ej.números arábigos y operaciones/ signos de igualdad) y algoritmos escritos." Adicionalmente (Ginsburg & Baroody, 2003), afirman que la matemática formal se compone de la matemática por escrito y representada por símbolos que se enseñan en el colegio al iniciar el aprendizaje formal. El conocimiento matemático temprano formal hace referencia a: "*la lectura y escritura de números, los hechos numéricos, el cálculo formal y el concepto formal*." Más aun, (Sainz & Argos, 2005) afirma que se conoce como conocimiento matemático formal a aquellos saberes que se adquieren en el colegio, que implican el uso apropiado de la numeración posicional y de los algoritmos de los cálculos, y que se convierte en el enlace principal del proceso de cambio entre el conocimiento matemático informal al conocimiento matemático formal. Se considera la fluidez de suma y resta con números hasta el 5 parte de la enseñanza formal en kindergarten. Esta fluidez es de los primeros aspectos formales que el niño desarrollará al finalizar preescolar y comenzar kindergarten. Esta fluidez con la combinación de números es predictiva del desempeño en matemáticas más tarde y de dificultades en el aprendizaje (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005).

De acuerdo a (Ginsburg & Baroody, 2003) la lectura y escritura de números se refiere a los siguientes componentes: "lectura números de un sólo dígito, escritura números de un sólo dígito, lectura números del 10-19, escritura números de dos dígitos, lectura de números de dos dígitos, lectura de números de tres dígitos, escritura de números de tres dígitos, lectura de números de cuatro dígitos."

En cuanto a las tablas de suma y resta, el investigador Baroody (1983) citado por (Ginsburg & Baroody, 2003) ha encontrado que son parte esencial de las matemáticas formales. Este proceso se presenta cuando al niño se le pide que responda por una suma o una resta, por ejemplo: “2 y 2 son 4” y éste lo hace de forma inmediata sin utilizar ningún tipo de cálculo. Con lo cual se ha establecido que el manejo de las tablas de suma y resta incrementa la rapidez de las operaciones y cálculos matemáticos.

Sobre el cálculo formal (Ginsburg & Baroody, 2003) la dividen en los siguientes procedimientos: “suma escrita de dos dígitos sin llevar, suma/ resta mental, procedimiento de sustracción: alineación en columnas, sumando múltiplos de 10, procedimiento de adición escrita, sumas escritas de dos dígitos y llevando, procedimiento de adición escrita de tres dígitos y llevando, restando múltiplos de 10, resta escrita dos dígitos y prestando, procedimiento de resta tres dígitos y restando.”

En cuanto a *concepto formal,* de acuerdo a (Ginsburg & Baroody, 2003) en este item se incluyen los siguientes componentes: “representación escrita de dos números hasta 5, conmutatividad simbólica aditiva, decenas en una centena, centenas en un mil, mayor y menor dígito.”

Se conoce que en el desarrollo de la infancia, se presenta la evolución de las habilidades matemáticas tradicionales, estas destrezas de conocimiento informal y formal son fundamentales para alcanzar habilidades matemáticas más complejas. (Claessens & Engel, 2013).

La relación de la práctica docente con el conocimiento matemático temprano

La práctica docente y la educación matemática han sido una preocupación constante de los gobiernos alrededor del mundo. En Estados Unidos, organizaciones profesionales en el campo de la niñez y la educación matemática como NAEYC (National Asociation for the Education of Young Children-Asociación Nacional para la Eduación de Niños Pequeños) y NCTM (National Council of Teachers of Mathematics-Comité Nacional de Profesores de Matemáticas) se han pronunciado acerca de la importancia de la presencia de unas prácticas efectivas en la docencia y currículos enriquecidos a través de resultados de investigaciones en Psicología y Educación. (National Council of Teachers in Mathematics, 2007; National Association for the Education of Young Children, 2002). Adicionalmente el (National Mathematics Advisory Panel, 2008) afirma que se debe hacer énfasis en una alta calidad de la educación matemática en los primeros años de escolaridad pues los niños muestran ventajas cuando son educados de esta manera.

(Sarama & Clements, 2009) afirman que: "debemos ser particularmente cuidadosos para no asumir que los niños ven situaciones, problemas o soluciones como lo ven los adultos. En cambio, los buenos maestros interpretan lo que piensa y hace el niño y trata de ver la situación desde el punto de vista del niño."

En cuánto a la práctica docente, se observa la poca dedicación que los profesores de preescolar muestran hacia el área de las matemáticas. De acuerdo a (Pianta & La Paro, 2003): "Podemos caracterizar estos ambientes educativos tempranos como socialmente positivos pero pasivos en instrucción."

Lee & Ginsburg (2007) afirman que en cuanto al tiempo dedicado en la práctica docente de los profesores de preescolar en el área de matemáticas, (Layzer, Goodson, & Moss, 1993), en su estudio encontraron que sólo el 15% del tiempo planeado para las actividades académicas se utilizaron para el área de matemáticas y ciencias mientras que, para el área de lectura y escritura dedicaron el 29%. Así mismo, (Early & Barbarin, 2005) hallaron que el 8% del tiempo de clases en preescolar fue invertido en acciones de conteo, tiempo y formas geométricas, es decir, matemáticas, mientras que a las actividades de lectura y escritura se les dedicó el 21%. En el informe de (Hausken, Rathbun, & Walston, 2004) los profesores reportan "haber dedicado un promedio de 39 minutos en cada sesión, 4.7 días a la semana, para un total de 3.1 horas de matemáticas en cada semana, mientras que para la lectura se dedican 62 minutos, 4.9 días a la semana para un total de 5.2 horas."

Con respecto a la cantidad de tiempo dedicada a la instrucción de matemáticas centrada en el profesor o centrada en el estudiante (Guarino, Hamilton, Lockwood, Rathbun, & Hausken, 2006), encontraron que existe una relación significativa entre la cantidad de tiempo destinada a las actividades e instrucción en matemáticas y el progreso en el desempeño matemático de los niños en la escuela, arrojando tamaños del efecto ($desde\ e = 0.23 hasta\ e = 0.30$). Igualmente los niños que asistían al preescolar de tiempo completo indicaron un registro positivo entre las prácticas de instrucción y el desempeño de los estudiantes en matemáticas, con un tamaño del efecto de ($desde\ e = 0.15 hasta\ e = 0.30$), excepto en operaciones y números compuestos. En sus resultados, los autores anotan que teniendo en cuenta el tiempo dedicado a la instrucción matemática, se presentó una ganancia en el desempeño matemático de los estudiantes de $desde$ 0.06 $hasta$ 0.10), y que los docentes que hicieron énfasis en práctica tradicional y cálculo alcanzaron mejores indicadores que aquellos que no lo hicieron (0.11) Los profesores que hicieron énfasis en la instrucción centrada en el estudiante también mostraron ganancia de (0.03), aunque la instrucción de geometría presentó una relación negativa de (-0.06). Por estos resultados se concluye que la cantidad de tiempo dedicado a la instrucción matemática en la infancia temprana y el tipo de instrucción, centrada en el profesor o centrada en el alumno, se ha convertido en un foco de interés para los investigadores y educadores.

En el estudio de (Bodovski & Farkas, 2007) se encontró que el nivel del conocimiento matemático al comenzar la escuela se asocia con las ganancias que los estudiantes tienen en el tiempo. Es decir que, aquellos estudiantes que comenzaron con los niveles más bajos en conocimiento matemático fueron los que obtuvieron menor incremento en su conocimiento a través del tiempo, y viceversa, si el estudiante comienza con un alto nivel en conocimiento matemático entonces la ganacia de su conocimiento será mayor. Es así como, un estudiante en el percentil menor a 25 tuvo un promedio inicial de ($M = 12.54, SD = 2.28$) y al finalizar

3° grado tuvo un promedio final de ($M = 68.84, SD = 15.57$), presentando una ganancia de 56.3 puntos. Ahora bien, un estudiante ubicado arriba del percentil 75 tuvo un promedio inicial de ($M = 21.96, SD = 8.84$) y al terminar 3° grado tuvo un promedio final de ($M = 100.68, SD = 9.97$), arrojando una ganancia a través del tiempo de 66.8 puntos. Así mismo, (Bodovski & Farkas, 2007) en el estudio mencionado en el capítulo 2.1.4., hallaron que tanto la instrucción tradicional, como las instrucciones que incluyen actividades interactivas o colaborativas se asociaron positiva y significativamente con el desempeño en matemáticas de los estudiantes.

No sólo la cantidad de tiempo implementado en el área de matemáticas en preescolar es motivo de preocupación entre los investigadores y educadores, lo es también la baja calidad de la instrucción. De acuerdo con (Brenneman, Stevenson-Boyd, & Frede, 2009) en el informe sobre las matemáticas y las ciencias en el preescolar presentado por NIEER (National Institute for Early Education Research) se encontró que a pesar de estar trabajando e implementando los estándares curriculares desde hace algunas décadas en las escuelas de Estados Unidos, son pocas las experiencias matemáticas que se observan en las clases y además, éstas son de baja calidad, concepto que ha sido reforzado por (Graham, Nash, & Paul, 1997) y (Brown, 2005).

En el estudio de (Graham, Nash, & Paul, 1997) se analizó si las guarderías infantiles contribuían o no al desarrollo del conocimiento matemático en los niños en edad temprana. En las clases observadas, se presentaron muy pocas actividades de matemáticas ya fuera en forma directa o indirecta a pesar de que el docente tenía la creencia de que las matemáticas eran importantes. Esto demostró que en las guarderías infantiles no se estaba contribuyendo en el desarrollo del conocimiento matemático de los niños. Con respecto a la calidad, el estudio de (Brown, 2005) sobre la relación entre las creencias y la eficacia del profesor y la práctica docente encontró que los docentes escasamente daban andamiaje y ofrecían actividades interesantes y retadoras para los estudiantes. Aunque los profesores sentían que las matemáticas eran importantes, no estaban enseñando con la frecuencia ni con la profundidad esperada. Al medir las prácticas instruccionales de los profesores arrojaron promedios entre *23* y *56*. La media de las prácticas de instrucción fue apenas de ($M = 39.20$).

Adicionalmente, Graham, Nash, & Paul (1997) reportaron en su trabajo que en 12 horas de observación en las clases de preescolar hubo sólo 3 actividades de matemáticas mientras que, Rudd, Lambert, Satterwhite, & Zaier (2008) no encontraron un solo ejemplo de actividades planeadas en el área de matemáticas en 40 horas de planeación. Esto demuestra que, algunas veces los profesores de preescolar, independientemente de sus creencias o consideraciones de las matemáticas como una materia importante, no están trabajando el contenido matemático de manera suficiente.

En este estudio de (Rudd, Lambert, Satterwhite, & Zaier, 2008) se investigó el tipo de lenguaje matemático y la frecuencia con que éste se utilizaba; sus resultados indicaron que había una insuficiencia en la expresión de conceptos matemáticos de orden superior. Este trabajo fue realizado en un centro de alto nivel de desarrollo infantil para niños de 0 a 5 años de edad ubicado dentro de una universidad en Estados Unidos. Se observó que más del 70% del lenguaje matemático utilizado por los profesores hacía referencia sólo a las áreas numérica y espacial, mostrando una falencia en el uso de las expresiones que implican la presencia de conceptos matemáticos de orden superior como: operaciones, patrones y exposiciones. Concretamente, en el transcurso de 44 horas de observaciones de clases, los profesores realizaron actividades en las que sus expresiones se registraron de la siguiente manera: un 41% correspondió al área espacial con un promedio de ($M = 80{,}45, SD = 30{,}44$), un 32% correspondió al área numérica con un promedio de ($M = 63{,}73, SD = 63{,}58$) , un 20% al área métrica con un promedio de ($M = 38{,}91, SD = 14{,}57$), un 5%

correspondió a seriaciones con un promedio de ($M = 10{,}0, SD = 6{,}63$), un 1.2% correspondió al área de geometría con un promedio de ($M = 2{,}36, SD = 1{,}80$), un 0.3% a patrones con un promedio de ($M = 0{,}64, SD = 1{,}57$), un 0.1% a discusiones acerca de operaciones de sumas y restas con un promedio de ($M = 0{,}36, SD = 0{,}67$) y un 0.1% a la exposición de gráficas con un promedio de ($M = 0{,}18, SD = 0{,}41$). Esta ausencia de expresiones de conceptos matemáticos de nivel superior en el salón de clase, indica que los profesores necesitarían entrenamiento para suplir esta falencia.

Como lo confirman varios autores ya citados en este trabajo (Bargagliotti, Guarino, & Mason, 2009; Engels, Claessens, & Finch, 2011; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008), los profesores se sienten inseguros para enseñar matemáticas y gastan menos tiempo en matemáticas que en lectura, especialmente en los primeros años de escuela. Aproximadamente el 20% de los profesores de kindergarten reportaron que realizaban actividades relacionadas con instrucción matemática tres veces a la semana o menos (Bargagliotti, Guarino, & Mason, 2009).

En el estudio que realizaron (Milesi & Gamoran, 2006) con el fin de controvertir los estudios existentes entre el tamaño de la clase y el desempeño de los estudiantes, los investigadores encontraron que no existía efecto entre el tamaño de la clase y el desempeño de los estudiantes en matemáticas. Estos autores no sólo analizaron este aspecto sino que observaron las condiciones que pueden afectar la relación entre el efecto del tamaño de la clase y el desempeño en matemáticas de los niños en kindergarten. De esta manera, encontraron que las prácticas instruccionales impulsaban el desempeño de los estudiantes independientemente de su tamaño. Así mismo, concluyeron en su investigación que al observar tanto el marco teórico enseñanza para la comprensión como la estrategia de prácticas de ejercicios predijeron un rendimiento positivo en el área de matemáticas. Más aún, afirman que, los resultados son consistentes con las últimas teorías en cuanto que un balance entre las prácticas de instrucción utilizando diversas técnicas para enseñar, es más provechoso para los estudiantes que cuando sólo se utiliza un tipo de práctica. Finalmente, determinan que lo importante es lo que pasa dentro de la clase en cuanto a las actividades diseñadas por el profesor, en lugar del tamaño de la clase.

Por otro lado, (Palardy & Rumemberg, 2008) determinaron que tres medidas de la frecuencia de instrucción en la práctica arrojaron una relación significativa con las ganancias en el desempeño en matemáticas. La frecuencia en el uso de práctica de ejercicios tuvo un tamaño del efecto $(e = 0.02, p < .10)$ y presentó una relación positiva con ganancias en el desempeño en matemáticas. La frecuencia en el uso de problemas verbales utilizando el calendario tuvo un tamaño del efecto $(e = 0.03, p < .01)$ mientras que, el uso de manipulativos en geometría tuvo una relación negativa con la ganancia en el desempeño en matemáticas $(e = -0.03, p < .05)$.

En síntesis, se puede concluir que son muchos los factores que influyen en la práctica docente de los primeros años escolares y que ésta es relevante en el desempeño académico posterior de los estudiantes.

Planteamiento del problema

De acuerdo al informe del BID-Pisa 2012, Colombia se posicionó "en el tercio más bajo del ranking en todas las materias" (Banco Interamericano de Desarrollo, 2014). Es decir, que el alumno colombiano promedio alcanza el nivel más bajo de desempeño de la prueba PISA, lo cual explica porqué Colombia ocupó el puesto 62 de 65 participantes (De Zubiría J. , 2014). Los resultados de las pruebas PISA 2012, mostraron que Colombia se encontraba entre los países que tenían mayor proporción de alumnos en los niveles más bajos; es decir el 74% de sus estudiantes "no pueden usar fórmulas básicas, procedimientos o reglas para resolver problemas con números enteros." Así mismo, solamente el 0.3% de los estudiantes que tomaron la prueba se ubicó en el nivel más alto de desempeño. (Banco Interamericano de Desarrollo, 2014) (ICFES, 2013)

Ahora bien, para medir y evaluar la calidad de la educación que se ofrece en nuestro país en todas las instituciones educativas, el Ministerio de Educación (MEN) realiza las pruebas Saber para los niveles de básica (3˚, 5º, 9º) anualmente en todos las estamentos escolares. Para el año 2013-2014 se reportaron los siguientes resultados en matemáticas:

SABER 2013-2014	NIVELES			
	Insuficiente-Mínimo Básico		Satisfactorio-Avanzado	
Grado	2013	2014	2013	2014
3˚	49%	47%	50%	53%
5˚	67%	72%	33%	28%
9˚	74%	74%	26%	26%

Es importante anotar que a medida que el estudiante avanza en grados, se observa que en los grados superiores aumenta de manera significativa el porcentaje de estudiantes en los niveles insuficiente-mínimos básicos como lo señalan las cifras anteriores.

En Colombia, con respecto al nivel preescolar, que es el nivel de estudio de este proyecto, se reportó que de los estudiantes que tomaron la prueba PISA, solamente el 33% asistió por más de un año al pre-escolar. (Bos, Ganimian, & Vegas, 2014) Adicionalmente, entre la población de niños en edad preescolar de estrato socioeconómico alto y los de estrato socioeconómico bajo existe un 17% de diferencia en cuanto a la asistencia al preescolar, siendo más alta la asistencia del estrato alto. Estos dos datos sobre la poca asistencia de niños colombianos al preescolar resulta desalentador acerca del panorama futuro sobre la calidad educativa del país pues, como varios estudios lo han demostrado, la enseñanza preescolar promueve resultados positivos sobre el desarrollo de las niños y el rendimiento escolar posterior. (Clements & Sarama, 2004, 2009, 2011; Duncan, y otros, 2007 ; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009) Numerosos estudios han documentado los beneficios que generan en el estudiante, a corto y a largo plazo, cuando asisten al preescolar (Gamboa & Kruger; Bos, Ganimian, & Vegas, 2014). Por otra parte, también se pudo determinar que la brecha que existe entre los niños que llegan al preescolar con desventaja en sus conocimientos tempranos en matemáticas puede ser subsanada con su paso por el preescolar, de esta manera, deben prepararse de tal forma que logren ser exitosos en sus estudios en kindergarten (Starkey, Klein, & Wakely, 2004). De la misma manera concluye (Barnett, 2002) que la educación preescolar produce grandes avances en el desarrollo y el aprendizaje del niño.

Teniendo esto como base y analizando lo que informa el (Banco Interamericano de Desarrollo, 2014), el país aún enfrenta el reto de equilibrar el proceso de la educación, que se vive de manera desigual tanto en la cobertura como en la calidad y que afecta negativa y especialmente a los sectores socioeconómicos desfavorecidos, a las zonas rurales, a ciertas regiones geográficas alejadas de las capitales departamentales y a las etnias minoritarias. En términos de cobertura, se observan grandes diferencias si se comparan los niveles socioeconómicos de los niños y las regiones donde residen, específicamente en los primeros y últimos años de educación formal. (Banco Interamericano de Desarrollo, 2012). Debido a la falta de facilidades para obtener la información pertinente, el análisis de la calidad en Colombia ha tenido menos profundidad e investigación que el estudio de la cobertura de la educación. A pesar de que estos dos factores muestran tendencia al crecimiento en los últimos tres años, es imposible dejar de lado, la gran diferencia que existe entre los estudiantes que se educan en escuelas privadas y los que se educan en escuelas oficiales, o entre aquellos que se encuentran en zonas apartadas de la ciudad y los que se encuentran cerca o dentro de la ciudad. (Castro, 2013). De esta manera, reforzaron lo que determinaron a través de sus estudios y es que, existe una relación positiva y significativa entre el nivel socio económico de los alumnos y sus aprendizajes (Pianta & La Paro, 2002; Hanushek & Woessmann, 2012).

Por otro lado, durante muchos años se ha investigado la práctica docente y su influencia en los niveles de desempeño de los estudiantes. Es así como, Aaronson, Barrow, & Sander (2007) documentaron la gran influencia que tienen los profesores en el aprendizaje estudiantil y lo importante que implica la eficacia de los maestros en matemáticas. Así mismo, en su trabajo de investigación (Schacter & Thum, 2004) determinaron que al observar directamente las prácticas docentes y al medirlas correlacionadas con el nivel de desempeño de los estudiantes se encontraron relaciones significativas y positivas.

Debido a lo expuesto, en Colombia, a través de la Ley General de Educación 115 de 1994, (Ministerio de Educación Nacional , 1994) con el fin de abarcar los derechos fundamentales de todos los ciudadanos, se le exige a los docentes un desempeño profundo y de calidad en los procesos de enseñanza-aprendizaje para alcanzar un mejor nivel científico y ético de la educación, con el fin de promover una convivencia social más equilibrada. Todo lo anterior, enmarcado en las nuevas corrientes pedagógicas, para que el docente sea un transformador, orientador del proceso de aprendizaje en el cual el alumno es el centro del mismo.

De acuerdo a estas circunstancias y a los resultados de los estudios mencionados, el sistema educativo colombiano enfrenta un gran reto. Se requiere de mejoras importantes en los procesos de enseñanza-aprendizaje. De esta manera, se lograría disminuir las deficiencias que presentan los alumnos en el aprendizaje de conceptos, en la resolución de problemas en contextos matemáticos, familiares y centrados en los intereses y necesidades de los estudiantes. También se apuntaría a que los estudiantes alcanzaran un mayor nivel de transferencia de los contenidos a situaciones cotidianas y en general a mejorar los procesos y estrategias de pensamiento que les permitan seguir aprendiendo una matemática que se construye cultural y socialmente. (Ministerio de Educación Nacional , 1994)

Por todo lo planteado anteriormente, y porque se ha visto con gran preocupación el papel fundamental que juega el docente en todo el proceso educativo, se ha decidido analizar su práctica en el día a día de su quehacer pedagógico. Es por eso que en el presente estudio se pretende responder al cuestionamiento: ¿De qué forma la práctica docente se relaciona con el nivel de desempeño de los conocimientos matemáticos tempranos, y de qué manera esta relación permite desarrollar conocimientos matemáticos más profundos y complejos?

Objetivos

Objetivo general

Determinar la relación entre la práctica docente y el conocimiento matemático temprano en niños de transición.

Objetivos específicos

Determinar la relación entre la práctica docente y el conocimiento matemático informal en niños de nivel de transición.

Determinar la relación entre la práctica docente y el conocimiento matemático formal en niños de transición.

Hipótesis

H_{11}: Las prácticas docentes se relacionan con el conocimiento matemático temprano informal de los niños que se encuentran en el grado de transición.

H_{01}: Las prácticas docentes no se relacionan con el conocimiento matemático temprano informal de los niños que se encuentran en el grado de transición.

H_{12}: Las prácticas docentes se relacionan con el conocimiento matemático temprano formal de los niños que se encuentran en el grado de transición.

H_{02}: Las prácticas docentes no se relacionan con el conocimiento matemático temprano formal de los niños que se encuentran en el grado de transición.

Metodología

Enfoque

Esta investigación está enmarcada en el enfoque cuantitativo, el cual tiene como propósito describir, explicar, relacionar y predecir las diversas situaciones estudiadas. Para lograr su propósito, dentro de sus características está: la recolección de datos, que se utiliza para probar hipótesis, el análisis estadístico, fundamentado en la medición numérica, el establecimiento de patrones de comportamiento y la verificación de teorías (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

Tipo de investigación

El tipo de investigación es correlacional, puesto que asocia variables mediante un patrón predecible para un grupo o población (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010). Esta investigación tiene como finalidad conocer la contribución que existe entre las variables Práctica docente y el Conocimiento Matemático Temprano. A su vez este tipo de investigación tiene, de cierta manera, un valor explicativo, aunque parcial, ya que el hecho de saber que dos conceptos o variables se relacionan, aporta cierta información explicativa (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

Diseño

El diseño de la presente investigación es transversal, puesto que al grupo de participantes se le recolectan los datos en un solo momento en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. Este diseño describe relaciones entre dos variables en un momento determinado, únicamente en términos correlacionales (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

Población y muestra

Población

Está conformada por docentes y estudiantes de grado Transición pertenecientes a colegios públicos de estratos 1 y 2 en la ciudad de Barranquilla.

Muestra

Los participantes están conformados por 9 docentes, 63 estudiantes del grado de transición pertenecientes a 4 colegios públicos de estrato socioeconómico 1 y 2, en la ciudad de Barranquilla.

La muestra es no probabilística, esto es, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. Aquí el procedimiento no es mecánico ni con base en fórmulas de probabilidad, sino que depende del proceso de toma de decisiones de un investigador o un grupo de investigadores y, desde luego, las muestras seleccionadas obedecen a otros criterios de investigación. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010). Se conoce también como muestreo intencional aquel muestreo en el que la persona que selecciona la muestra es quien procura que sea representativa, dependiendo de su intención u opinión, siendo por tanto la representatividad subjetiva (Lagares & Puerto, 2001). Se toma una muestra intencional a partir de la muestra seleccionada para el proyecto Factores Determinantes del Rendimiento Académico en Edad Temprana. Se escogen solamente las clases de matemáticas de la muestra, que son las de interés para la investigación y se codifican de acuerdo al Formato de Práctica Docente diseñado. De cada docente se eligió aleatoriamente 7 estudiantes medidos a través de la prueba TEMA.

Variables

Variable Criterio: Conocimiento Matemático temprano

Variable de Predictora: Práctica Docente

Definición conceptual

Variable criterio: conocimiento matemático temprano

En esta investigación se hace referencia al conocimiento matemático temprano como aquel que se refiere al conocimiento matemático informal y formal que se desarrolla en los primeros años de vida

El conocimiento matemático temprano, incluye dos tipos de conocimientos: conocimiento matemático informal, que se ha definido como aquel conocimiento que se inicia antes que el niño ingrese al colegio, y el conocimiento matemático formal, el cual se inicia con las matemáticas enseñadas en el colegio (Ginsburg & Baroody, 2003) y se caracteriza por el uso de las diferentes reglas, principios y procedimientos explícitos necesarios para poder hacer uso de las matemáticas y con ello aplicarlas en todo momento.

Variable predictora: práctica docente

De acuerdo a (Serres, 2007), “las prácticas docentes son las acciones orientadas que lleva a cabo el docente producto de la reflexión, la explicación y la discusión de su experiencia educativa en una institución particular, la cual le da contexto y sentido a su quehacer”, definición que se identifica con los planteamientos de la actual investigación. Las prácticas docentes se entienden como las acciones intencionadas que realiza el docente basado en sus conocimientos y experiencias sistematizadas (Serres, 2007)

Definición operacional

Variable criterio: conocimiento matemático temprano

El conocimiento matemático temprano se midió en términos de respuestas correctas e incorrectas dadas por los sujetos a las preguntas presentadas con la prueba Tema 3 (Ginsburg

& Baroody, 2003). La escala Informal (actividades que no precisan el uso de símbolos escritos) está compuesta por 41 Ítems, distribuidos en 4 componentes en las siguientes categorías: a). Numeración (ítems: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 21, 22, 23, 24, 28, 31, 33, 36, 38, 39, 40, 42, 48, 68), b) Comparación de números (Ítems: 4, 19, 20, 27, 37, 58), c) Cálculo informal (ítems: 8, 16, 26, 32, 65, 67, 72), y d) Conceptos informales (ítems: 7, 9, 17, 25). La escala formal (actividades que implican el uso de símbolos matemáticos) está compuesta por 31 ítems, distribuidos también en 4 componentes: a) Lectura y escritura de Números (ítems: 14, 15, 29, 30, 35, 44, 45, 60), b) Tablas de suma y resta (41, 43, 46, 50, 51, 54, 56, 61, 70), c) Cálculo Formal (49, 52, 55, 57, 59, 62, 63, 64, 69, 71), y d) Conceptos formales (18, 34, 47, 53, 66). Estas respuestas se expresan en forma de percentil e índice de competencia matemática (Anexo 1).

Variable predictora: práctica docente

En la clase de matemáticas en el nivel de Transición, la práctica docente fue evaluada a través de la observación en el salón de clase en cuanto a la enseñanza de la matemáticas, medida a través del puntaje obtenido en el formato de observación de la Práctica Docente construido por López, Armour-Thomas, Ariza & Rincón (2011) (Anexo 2). Este formato de observación evalúa la práctica docente, al medir aspectos didácticos y pedagógicos generales, tales como: clima del aula, características de un profesor constructivista, currículo, contenidos y conceptos, Instrucción y evaluación, cierre de la clase y materiales y recursos. Dentro de cada categoría se analizan diversos aspectos que permiten profundizar y detallar los factores más relevantes en la práctica del docente de Matemáticas en el nivel de Transición.

Control de variables

Tabla 1. Control de variables en los sujetos

QUÉ	CÓMO	POR QUÉ
Instituciones educativas en la ciudad de Barranquilla.	Se seleccionaron instituciones educativas oficiales en la ciudad de Barranquilla.	Se escogieron escuelas oficiales de estrato 1 y 2 para ser parte del estudio *Factores Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* en la ciudad de Barranquilla.
Lugar de Residencia	Se seleccionaron sujetos de manera intencional que laboran (docentes) y estudiantes de instituciones educativas de los estratos 1 y 2, en la ciudad de Barranquilla.	Para lograr heterogeneidad en cuanto a los aspectos culturales a resolver y así poder obtener las respuestas.
Nivel Socioeconómico de los estudiantes.	La selección de los estudiantes se realizó de manera intencional teniendo en cuenta la escuela estrato 1 y 2 a	Los objetivos de la investigación apuntaron a estudiar específicamente los niveles socioeconómicos 1 y 2 para lograr homogeneidad en cuanto a los aspectos sociales, culturales y económicos y así poder

	la que asistían en la ciudad de Barranquilla.	obtener respuestas.
Edad:	Se seleccionaron niños de 4 a 6 años.	Para que pueda haber homogeneidad en las edades, lo cual permite separar experiencias similares en conocimientos matemáticos y habilidades sociales.
Nivel Escolar	Los sujetos eran niños que estaban cursando el nivel de Transición en las escuelas escogidas en la ciudad de Barranquilla.	Este es el nivel escogido para comenzar la escuela formal y el estudio mide el nivel de conocimiento matemático al ingresar a la escuela formal.

Investigadores

QUÉ	**CÓMO**	**POR QUÉ**
Comprensión de cada uno de las técnicas e instrumentos que se utilizaron para la recolección de datos que ayudaron la presente investigación.	Cada uno de los recolectores de campo tuvo sesiones de capacitación para la comprensión y manejo homogéneo de los instrumentos.	Es preciso mostrar experticia a la ahora de realizar la interpretación de los resultados de la investigación, para llegar a conclusiones acordes con las hipótesis de investigación. El uso correcto de los instrumentos, de acuerdo a sus

		normas específicas, confiere homogeneidad y validez de los resultados (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).
Comprensión del Formato de Observación Práctica Docente	El investigador tuvo sesiones de capacitación para la comprensión y el manejo homogéneo del instrumento formato de Observación de la Práctica Docente,	Es preciso mostrar experticia a la ahora de realizar la interpretación de los resultados de la investigación, para llegar a conclusiones acordes con las hipótesis de investigación. El uso correcto de los instrumentos, de acuerdo a sus normas específicas, confiere homogeneidad y validez de los resultados (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).

Instrumentos

QUÉ	**CÓMO**	**POR QUÉ**
Confiabilidad de la recolección de datos en TEMA 3.	A través de un entrenamiento de codificación en el que participaba un experto y	La confiabilidad es el grado en que un instrumento produce resultados

	verificaba que se cumplía la adecuada codificación de cada ítem del instrumento por parte de los recolectores.	consistentes y coherentes. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010). Confiabilidad: Coef. de consistencia interna promedio es de 0,92, para la edad de 5 años (0,93), 6 años (0,95), 7 años (0,94). Conf. test-retest r = 0.82.
Confiabilidad del formato de observación Práctica Docente (Anexo 5).	La confiabilidad del instrumento se estableció a través de una prueba con dos expertos que calificarían la destreza y confiabilidad del investigador al codificar con el formato y verifcar su codificación con la de los dos expertos.	La confiabilidad es el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010) Confiabilidad por categoría: 92.9% Confiabilidad por ítem:89%
Validez del formato de Observación de la Práctica Docente (Anexo 4).	La validez que se aplicó para el formato de observación es la validez de contenido del formato y para esto se consultó a jueces expertos, a quienes se les solicitó evaluar cada ítem de los instrumentos, teniendo en	La evaluación desarrollada por los jueces expertos acerca de la validez de contenido mostró que los ítems son pertinentes a la observación de la Práctica Docente. Con respecto a la validez del

	cuenta cuatro aspectos que son: 1) Pertinencia; 2) Claridad; 3) Precisión; 4) Lenguaje.	formato mostró que está bien estructurado y fue calificado por los jueces expertos con 98.5%.

Variables No controladas-Docentes

QUE	**POR QUÉ**
Edad Sexo Años de Experiencia laboral Cualificaciones: • Nivel de educación • Personalidad • Formación matemática, • Gusto por las matemáticas Tiempo dedicado a las clases de matemáticas Número de estudiantes por clase	Se escogieron los docentes que estaban laborando en los colegios seleccionados para participar en el estudio *Factores Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* en instituciones oficiales de estratos 1 y 2 en la ciudad de Barranquilla. Las variables detalladas no se tuvieron en cuenta para la escogencia de los docentes que participaron en la investigación.

Variables No controladas-Estudiantes

QUE	**POR QUÉ**
-Sexo -Asistencia al preescolar. -Motivación o gusto por las matemáticas.	Se escogieron los estudiantes que asistían a los colegios seleccionados para participar en el estudio *Factores*

-Nivel de inteligencia. -Formación familiar (monoparental, elemental, extensa, madre soltera o padres separados) -Formación académica de los padres o adultos que conforman el nucleo familiar. -Influencia del padre o la madre o de algún adulto de la familia	*Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* en instituciones oficiales de estratos 1 y 2 en la ciudad de Barranquilla. Las variables detalladas no se tuvieron en cuenta para la escogencia de los estudiantes que participaron en la investigación.

Técnicas

Observación

La observación consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamiento o conducta manifiesta. Puede utilizarse como instrumento de medición en diversas circunstancias. La observación es una técnica de medición no obstructiva, en el sentido que el instrumento de medición no "estimula" el comportamiento de los sujetos, simplemente registra algo que ha sido estimulado por otros factores ajenos al instrumento de medición. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010). Igualmente "La observación científica es la búsqueda deliberada y controlada de objetos, hechos y fenómenos, bajo ciertas condiciones previamente determinadas." (Asti Vera, 1996)

La observación presenta ventajas y desventajas en una investigación. Como ventajas se pueden enumerar: facilita hechos, ya que los datos son registrados en el mundo real, en el momento en que ocurren; permite al observador percibir conductas que en ocasiones no parecen importantes; no se necesita colaboración del objeto o sujeto observado; hay situaciones que sólo pueden medirse de esta forma. (Benguría, Martín, Valdés, Pastellide, & Colmenarejo, 2010)

Como desventajas se pueden enumerar: no siempre es factible que la conducta que se quiere observar se presente en el momento en que se observa; hay factores que no se pueden controlar, por lo tanto se vuelve difícil observar; las conductas observadas muchas veces se encuentran condicionadas, ya sea por la dificultad de la observación o por la duración de la observación; existe la creencia de que lo que se observa es difícil de cuantificar o codificar; el observador debe estar con todos sus sentidos muy activos; el observador influye y es influenciado por el observado (Benguría, Martín, Valdés, Pastellide, & Colmenarejo, 2010).

En la actual investigación se llevó a cabo una observación indirecta (Benguría, Martín, Valdés, Pastellide, & Colmenarejo, 2010; Hernández S., Fernández, & Baptista, 2003).

Pruebas estandarizadas

Se entiende por evaluación estandarizada a gran escala aquélla que proporciona datos que se pueden comparar acerca de los resultados o rendimientos de estudiantes que pertenencen a diversos contextos, ya sean por cultura, por región, por ciudad, por país, y que permite observar en forma general la situación de un país, de un departamento, región o ciudad, aplicando pruebas y otros instrumentos a muestras o a censos de estudiantes. Es así como, en la mayoría de las situaciones se admite que los resultados de las evaluaciones permiten o sirven para adoptar mejores políticas relacionadas con la educación; renovar la administración de los sistemas educativos; como herramienta para la cooperación y el aprendizaje permanente en los mismos. Es importante la evaluación estandarizada ya que su principal objetivo es homogenizar los resultados de un conjunto de estudiantes para acceder a información sobre el desarrollo de las competencias de los estudiantes y las alcances de éstos. Sus resultados permiten vislumbrar la igualdad o desigualdad en el alcance de los aprendizajes evaluados lo mismo que ver las variaciones a través del tiempo (Ravela, y otros, 2008).

Instrumentos

Para la realización de este trabajo se utilizaron dos instrumentos, el TEMA 3 (Prueba de habilidades matemáticas tempranas) que permitió evaluar el conocimiento matemático temprano de los estudiantes de la investigación al ingresar a la escuela formal, nivel Transición y, el formato de Observación de Práctica Docente que le permitió al investigador codificar las clases de matemáticas observadas en las escuelas públicas que hacían parte de la investigación en el nivel de Transición.

TEMA-3 (Prueba de habilidades matemáticas tempranas)

El TEMA 3 es una prueba estandarizada que ha sido diseñado con el propósito de proporcionar información útil y relevante sobre el nivel de competencia matemática de los alumnos entre 3 años 0 meses y 8 años 11 meses con una fiabilidad y validez establecidas. La estructura del TEMA, que mide aspectos de habilidades matemáticas básicas, consta de 72 items para medir conocimientos matemáticos informales (41 items) y conocimientos matemáticos formales (31 items).

Sus resultados pueden usarse con diversos objetivos, todos ellos de gran interés y relevancia: a) identificar entre los pares, aquellos niños que muestran un un grado de desempeño matemático significativamente mejor o peor, b) identificar fortalezas y debilidades específicas en la competencia matemática de los alumnos, c) orientar las prácticas de los docentes y políticas de las escuelas que permitan dirigir de la mejor manera tratamientos individuales, d) documentar la evolución en habilidades matemáticas de los estudiantes o la efectividad de los programas de intervención, e) facilitar una medición objetiva, válida y confiable para los proyectos de investigación. Las respuestas del TEMA 3 se miden en percentiles e índice de competencia matemática (puntuación estandarizada).

El conocimiento matemático temprano que se mide a través del TEMA 3, se divide en dos categorías, conocimiento matemático informal y conocimiento matemático formal que se especificarán a continuación. El conocimiento matemático informal abarca el grupo de las habilidades matemáticas que los niños desarrollan, a partir de sus necesidades prácticas y experiencias concretas antes de ingresar a la escuela, basándose en un sentido natural del número (Baroody & Dowker, 2003). Los conocimientos matemáticos informales más importantes incluyen el conteo y el cálculo. En edades tempranas se presentan las matemáticas informales como el resultado de la propia imaginación del niño, es decir, inventados por él mismo sin la intervención de simbolismos formales o alguna instrucción de adultos (Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008). Los aspectos informales de las matemáticas (actividades que no precisan el uso de símbolos escrito) son valorados mediante 41 ítems, que pueden repartirse en 4 categorías: a) numeración b) comparación de cantidades c). habilidades de cálculo informal y d) conceptos. La categoría de conocimiento matemático formal (actividades que comprenden la utilización de símbolos matemáticos) está compuesta por 31 items que se dividen en 4 categorías:a) conocimiento de convencionalismos b) hechos numéricos c) habilidades de cálculo d) conceptos formales.

Confiabilidad y validez de la prueba

El TEMA 3 -Test of Early Mathematics Ability- (Ginsburg & Baroody, 2003) es una prueba estandarizada que está diseñada para medir las habilidades matemáticas de niños en edades entre 3 años y 8 años, 11 meses; es un instrumento para la recolección de datos que cuenta con una validez y confiabilidad establecidas.

Para respaldar el uso del TEMA -3 como medida de la competencia matemática temprana existen suficientes indicios de validez. El primer tipo de validez es el de contenido. En este se presentan dos tipos de evidencia: el primero referente a una descripción detallada de los criterios de construcción y selección de los elementos y el segundo referente a la validez de los elementos a partir de los resultados del análisis cualitativo y cuantitativo de los ítems desde la Teoría Clásica de los Test.

La evidencia cualitativa de la validez del contenido del TEMA-3 se presenta de la siguiente manera: El test se compone de 72 ítems que valoran diferentes aspectos del conocimiento matemático informal y formal. Dentro del área informal, los ítems de enumeración son fuertemente representados debido a la importancia del conteo en las matemáticas informales. En el área de matemáticas formales, las tablas de suma y resta y las habilidades de cálculo están fuertemente representadas ya que reflejan el énfasis de la instrucción en matemáticas escolar temprana. Los ítems que miden el conocimiento informal se discuten primero, seguidos de los ítems que evalúan el conocimiento formal.

En cuanto al pensamiento matemático informal se trabajan 41 ítems distribuidos en 4 categorías:

Numeración: Las habilidades numéricas de pre-conteo proveen una base esencial para conceptos y habilidades de conteo. Entre los 18 meses y los tres años de edad, los niño aprenden a reconocer colecciones de uno o dos ítems y los etiquetan “uno” y “dos” respectivamente, pero puede que no sean capaces de distinguir colecciones más grandes de dos, (Baroody & Benson, 2001, citado por (Ginsburg & Baroody, 2003).

Comparación de números: A diferencia de tareas de numeración, que incluyen una colección, la tarea de comparación de números incluye comparar dos o más colecciones. Una de las formas más simples de comparación numérica incluye la habilidad de juzgar, sin contar, cuál de las dos colecciones tiene más, (Ginsburg, Baroody, 2003).

Cálculo Informal: Las tareas de cálculo entran en un rango de dificultad sumando mentalmente y no verbalmente desde dos colecciones pequeñas, vistas previamente para resolver problemas escritos con sumas hasta 12, por conteo o razonamiento. El problema escrito puede ser resuelto con estrategias que entran en el rango de suma de objetos concretos a formas complejas de suma y resta mental, (Ginsburg, Baroody, 2003).

Conceptos Informales: Las tareas de conceptos informales incluyen el determinar aspectos claves del entendimiento que subyacen a habilidades numéricas y de cálculo en la fase de conteo. Una variedad de tareas evalúan distintos aspectos de este entendimiento, (Ginsburg, Baroody, 2003).

En cuanto al pensamiento matemático formal se trabajan 31 ítems, distribuidos igualmente en 4 categorías:

Escritura y lectura de números: Es una transición mayor en la habilidad de los niños para representar números, incluye la habilidad de leer, escribir y entender numerales. El niño debe aprender que el número 2 se lee en voz alta como "dos" e inversamente que él la palabra "dos" se escribe como 2, (Ginsburg, Baroody, 2003).

Tablas de suma y resta: Es cuando los niños dominan las combinaciones básicas de números y son capaces de rápidamente generar la respuesta a ejercicios de sumas, restas y multiplicación de un solo digito, (Ginsburg, Baroody, 2003).

Cálculo Formal: Es la justificación de un procedimiento por medio del cual se resuelve un problema. Este método puede ser utilizado para indagar en la profundidad del entendimiento conceptual del niño de cómo los conceptos de base-10 y de valor posicional aplican a un cálculo con dígitos múltiples, a saber la lógica de llevar y prestar, (Ginsburg, Baroody, 2003).

Conceptos Formales: Los conceptos se dan cuando el niño ha aprendido que aunque las respuestas correctas son esenciales también es importante para él saber porque son correctas y cómo funcionan los algoritmos para producirlas, (Ginsburg, Baroody, 2003).

La evidencia cuantitativa de la validez del contenido del TEMA-3 se refiere particularmente a la dificultad y poder discriminativo de cada uno de los ítems antes mencionados. El índice de dificultad se obtiene calculando la proporción de sujetos que supera un ítem concreto en cada una de las edades. La discriminación de un ítem hace referencia al grado en que cada ítem diferencia correctamente entre los sujetos evaluados la conducta que se pretende medir y para la cual ha sido diseñada.

En su mayor parte, los ítems de la prueba satisfacen los requisitos previamente descritos y proporcionan evidencia de la descripción del contenido.

MEDIAS DE DISCRIMINACION DE PODER PARA EL TEMA-3

PUNTAJE DE HABILIDADES MATEMATICAS EN LOS INTERVALOS DE 6 AÑOS

(DECIMALES OMITIDOS)

FORMATO TEMA - 3	EDAD						
	3	4	5	6	7	8	AVG
A	66	50	45	50	57	62	55

MEDIAS DE LOS ITEMS CON DIFICULTADES PARA EL TEMA-3

PUNTAJE DE HABILIDADES MATEMATICAS EN LOS INTERVALOS DE 6 AÑOS

(DECIMALES OMITIDOS)

FORMATO TEMA - 3	EDAD					
	3	4	5	6	7	8
A	4	25	53	39	62	

Se utilizó el procedimiento de regresión logística, como fue desarrollado por Swaminathan & Rogers (1990) y que fue utilizado para detectar el funcionamiento diferencial de los ítems (DIF) en el TEMA-3. Este procedimiento compara la adecuación de dos modelos de regresión logística para explicar la habilidad que se está midiendo. El primer modelo utilizo la capacidad sola (ej, el puntaje del subtest) para predecir el desempeño del ítem (modelo restringido), mientras que el segundo modelo utilizo la capacidad y la pertenencia a un grupo para predecir el desempeño del ítem (modelo completo).

La estrategia utilizada en esta técnica es para comparar el modelo completo con el modelo restringido para determinar si el modelo completo proporciona una solución significativamente mejor. Si el modelo completo no es significativamente mejor que el modelo restringido, entonces las diferencias entre grupos en el ítem son mejores explicadas mediante la capacidad sola. En otras palabras, si el modelo completo no es significativamente mejor al predecir el desempeño del ítem en comparación con el modelo restringido, entonces el ítem está midiendo diferencias en capacidad y no parece estar influenciado por la pertenencia a un grupo (el ítem no está desviado). Indicado de otra manera, si el modelo completo es significativamente mejor que el modelo restringido prediciendo el desempeño de un ítem, entonces se dice que el ítem expone un funcionamiento diferencial de los ítems uniforme. El funcionamiento diferencial de los ítems uniforme ocurre cuando un grupo se desempeña en un ítem consistentemente mejor que el otro grupo, en todos los niveles de capacidad.

Por cada uno de tres grupos de muestra comparado con los grupos de referencia (masculino vs. femenino, afroamericanos vs. no afroamericanos, e hispanoamericanos vs. no hispanoamericanos), fueron hechas 144 comparaciones (una para cada ítem en cada formato de la prueba). Por lo tanto, tal como lo recomendaron Miller & Spray (1993), fue escogido un nivel de significancia de .0001.

Usando como los sujetos la muestra normativa completa, se hicieron un total de 432 comparaciones, de las cuales y fueron estadísticamente significativas al nivel de .001. Las dimensiones del efecto fueron determinadas por 5 comparaciones que fueron significativas (3 para el formato A y 2 para el formato B). Todas estas dimensiones del efecto fueron poco importantes para el punto de vista de Jodoin & Gierl (2001) y por lo tanto no fueron tenidos en cuenta para ser eliminados. Debido a que estas 5 comparaciones obtuvieron todas dimensiones de efecto insignificantes y que más adelante representarían aproximadamente el 1% de las comparaciones hechas por el TEMA-3, se puede concluir que la prueba es buena dentro de los niveles aceptables en lo que respecta a género, raza, y desviaciones étnicas.

NÚMERO DE ÍNDICES SIGNIFICATIVOS DE LAS DESVIACIONES RELATIVAS A LOS TRES GRUPOS DICOTÓMICOS PARA LOS FORMATO A DEL TEMA -3

FORMATO TEMA-3	NÚMERO DE ITEMS	MASCULINO/ FEMENINO	AFROAMERICANO/ NO AFROAMERICANO	HISPANO AMERICANO/NO HISPANOAMERICANO
A	72	1	2	0

El segundo tipo de validez es la de criterio. Los coeficientes están reportados en la siguiente tabla. Los coeficientes que muestran la relación de los puntajes de las habilidades matemáticas en el TEMA-3 con los puntajes de otras pruebas van desde moderado hasta muy alto y son altamente significativos. Los coeficientes son lo suficientemente grandes para proporcionar evidencia convincente de que los puntajes del TEMA-3 poseen validez de predicción de criterio.

RELACIÓN ENTRE EL TEMA-3 Y LAS PRUEBAS DE CRITERIO (DECIMALES OMITIDOS)

PRUEBAS DE CRITERIO	R
KeyMath-R/UN	
Conceptos básicos	54
Operaciones	63

WJIIIACH	
Problemas Aplicados	55
DAB-3	
Razonamiento Matemático	65
Cálculo Matemático	83
Coeficiente Matemático	84
YCAT	
Coeficiente Matemático	91

El último tipo de validez es el de constructo. Este refleja el grado en que la prueba es capaz de identificar los constructos subyacentes que pretende medir y la extensión en que dichos constructos reflejan el modelo teórico en que la prueba está basada. Para demostrar la validez del Tema 3 se proporcionaron 2 tipos de evidencia: diferencias por edad y diferenciación de grupos con bajo rendimiento.

MEDIA DE LOS PUNTAJES BRUTOS (Y DESVIACIONES ESTANDAR) PARA EL TEMA-3 EN LOS INTERVALOS DE 6 AÑOS Y CORRELACIONES CON LA EDAD.

FORMATO TEMA - 3	INTERVALOS DE EDAD						Correlaciones con la Edad
	3	4	5	6	7	8	AVG
A	5(5)	15(7)	27(9)	38(9)	50(10)	59(9)	.91

Los contenidos de esta tabla demuestran que los formatos del TEMA- 3 están relacionados con la edad porque las medias aumentan a medida que el sujeto crece.

PUNTAJES ESTANDAR PARA LOS SUBGRUPOS ESCOGIDOS EN EL TEMA-3

SUBGRUPO	FORMATO DE TEMA -3

	A
Muestra normativa global	100
Masculino	100
Femenino	99
Euro americanos	101
Afro americanos	96
Hispano americanos	95
Bajo Desempeño matématico	86

Como era esperado, el puntaje de capacidad para el subgrupo de bajo desempeño matemático está por debajo del promedio, indicando la presencia de problemas en matemáticas.

Confiabilidad del TEMA 3=Coeficiente de consistencia media es 0.92.

Para la edad de 5 años (0.93), 6 años (0.95), 7 años (0.94).

Conf. Test-retest $r = 0.82$.

Formato de observación en clase

Para observar la práctica docente se utilizó el formato Observación Práctica Docente que relaciona los aspectos principales que escogieron los autores del formato López, Armour Thomas, Ariza, Rincón (2011) (Anexo 2), tomando como base las observaciones de clases realizadas bajo las categorías que se detallan. Esta parte del trabajo se dedicó a relacionar los aspectos fundamentales en que se basó la medición de la práctica docente en el aula de matemáticas de Transición. Para estudiar la práctica docente se escogieron las siguientes categorías y se organizaron en el formato de Práctica Docente: clima del aula; el profesor constructivista; conceptos, contenido y currículo; instrucción y evaluación; cierre de la clase y materiales y recursos. Cada categoría, de acuerdo a los descriptores de conducta, se dividieron en subcategorías con sus respectivos ítems pertenecientes a la práctica docente de matemáticas en el nivel preescolar.

Para la presente investigación, sólo se tomó en cuenta la categoría Instrucción y Evaluación durante el desarrollo de la clase (Anexo 3). A continuación se definen cada una de las categorías que conforman el formato.

Clima del aula

Según Adelman & Taylor (2005) el clima de aula se refire al entorno de aprendizaje, así como, el ambiente de un salón de clases. El impacto del clima de aula sobre estudiantes y docentes puede ser tanto beneficioso como un impedimento para el proceso de enseñanza-aprendizaje. El clima de aula es percibida como una calidad del escenario en donde se conjugan muchos factores externos inmediatos, como son las variables físicas, materiales, de organización, operacionales, y sociales de la clase. Tanto en el clima del aula como en la escuela se refleja la influencia de la cultura de la escuela, que es una junto a su sistema de creencias y tradiciones. El clima del aula se encuentra inmerso en la cultura circundante a éste, por los elementos políticos, sociales, culturales y económicos que la rodean (p.ej.,la casa, la vecindad, la ciudad, el estado, el país).

Para este estudio el clima del aula en el formato de observación se describe como: el clima de la clase es positivo, libre de riesgos y muestra una relación afectiva y de protección entre el profesor y los estudiantes, mediante alguna de las siguientes conductas(ítems): Saluda a los estudiantes; el tono de voz del docente mantiene la armonía de la clase; escucha y atiende las manifestaciones de comprensión de los estudiantes; pregunta a sus estudiantes sus pensamientos y opiniones; acepta las opiniones y pensamientos de los estudiantes; usa un lenguaje apropiado para la edad; usa un lenguaje apropiado para el contexto de la clase; llama a los estudiantes por su nombre; la comunicación verbal es congruente con su gesto; sonríe a los estudiantes; si necesita, llama la atención a los estudiantes en una forma tal que muestra equilibrio entre la autoridad y cuidado; la normatividad de las reglas y los procedimientos son evidentes y conducentes a un ambiente armónico; los estudiantes están enfocados en su trabajo; la clase está limpia, organizada, con muebles y materiales adecuados para la edad.

El profesor constructivista

Según (Brooks & Brooks, 1999), "el constructivismo es una teoría del aprendizaje cuyo objetivo es buscar la comprensión en el centro de la práctica educativa." Se considera que son cinco los principios que rodean la práctica del profesor constructivista, entre ellos están centrar la atención en los procesos del estudiante, trabajar problemas significativos y contextuales a la vida de los estudiantes, valorar el aprendizaje de los estudiantes dentro del marco referencial de su proceso de aprendizaje,.entre otros.

Algunos de los ítems de la categoría *el profesor constructivista* en el formato de observación que se diseñó para este proyecto, describe al docente como una persona que: usa datos de primera mano y los recursos primarios en conjunto con materiales físicos e interactivos; permite que las respuestas de los estudiantes guíen las lecciones, modifiquen las estrategias de instrucción y alteren su contenido; animan a sus estudiantes a que realicen preguntas abiertas y bien elaboradas, así mismo los motiva para que se autocuestionen; da un compás de espera luego de plantear una pregunta; hacen preguntas respecto a la comprensión de los conceptos de los estudiantes antes de compartir sus propios entendimientos de estos conceptos; utiliza estrategias diferenciadas en el aula.

Currículo, contenido y conceptos

El aspecto *currículo, contenido y concepto* se considera relevante en el desarrollo de la práctica docente pues muestra la interacción del docente y el estudiante a nivel formativo y conceptual que implica el desarrollo de actividades, objetivos y metodologías pensadas para impulsar la comprensión y no la pura memorización (Curby & Chavez, 2013).

El formato de observación creado para este trabajo en esta categoría se subdividió en cuatro subcategorías con sus respectivos ítems. Las subcategorías son: *criterio; el docente* *utiliza o facilita el uso de algunas de las siguientes modalidades de la representación del concepto; el docente implementa alguna de las estrategias motivacionales; el docente facilita el concepto y procedimientos matemáticos de alguna de las siguientes formas.* Dentro de la subcategoría *criterio* algunos de los ítems son: *la clase tiene una pregunta y una meta de comprensión evidente; es evidente el objetivo de la clase/meta de comprensión es relevante a la comprensión del concepto matemático.* La subcategoría *el docente utiliza o facilita el uso de algunas de las siguientes modalidades de la representación del concepto* se divide en las siguientes modalidades o items: *visual, auditiva, kinestésica, espontánea informal concreta, formal abstracto, otros.* La subcategoría *el docente implementa alguna de las estrategias motivacionales* incluye algunas de las siguientes estrategias como ítems sobre el docente: *contribuye a la comprensión de los conceptos/estrategias matemáticos, el contexto se relaciona con las necesidades o los intereses del estudiante.* La subcategoría *el docente facilita el concepto y procedimientos matemáticos de algunas de las siguientes formas* presenta los siguientes items*: las actividades facilitan la adquisición del concepto matemático; las actividades/problemas reflejan de manera precisa el concepto/procedimiento matemático enseñado; el concepto matemático está manejado apropiadamente para la edad del estudiante.*

Instrucción y evaluación

En cuanto a la categoría de *instrucción y evaluación,* en la búsqueda del mejoramiento de los procesos de enseñanza y apendizaje, a través del tiempo, se ha presentado una diversidad de modelos de instrucción según las diferentes escuelas pedagógicas y metodologías. (Bruce, Weil, & Calhoun, 2003). Según (Huitt, 2003) la instrucción se define como "la dirección del proceso de aprendizaje con un propósito." Este es uno de los momentos de la clase al que se dedica con más énfasis el docente. Por este motivo, esta categoría se dividió en varias subcategorías las cuales detallamos a continuación: *Activación del conocimiento previo;*

procesos/destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promuevan la comprensión; estrategias de instrucción y evaluación usadas de tal forma que promueven la comprensión; otras estrategias de instrucción; retroalimentación; transferencia.

Algunos de los ítems de la subcategoría *activación del conocimiento previo* son *activa el conocimiento previo con/sin utilización de un contexto (escenario); integra el conocimiento previo de los conceptos /estrategias matemáticas al nuevo contenido utilizando un contexto*. En cuanto a la subcategoría *procesos/destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promuevan la comprensión* se subdivide en el siguiente ítem: *si es posible, facilita el uso espontáneo de los siguientes procesos de pensamiento*. Este a su vez se subdivide en los siguientes subitems: *metacognición (reflexión), metacognición (regulación), memoria, análisis, síntesis, comparación, sacando conclusiones, crítico, creativo, práctico.*

En cuanto al ítem *procesos de resolución de problemas dentro del evento de solución de problemas: si el docente facilita los siguientes procesos de pensamiento al hacer uso de la resolución de problemas* se divide en algunos de los siguientes subitems: *explora, comprende, analiza, planea, monitorea localmente, implementa, monitorea globalmente y evalúa.*

En lo referente a la subcategoría, *estrategias de instrucción y evaluación usadas de tal forma que promuevan la comprensión: si el docente promueve el aprendizaje mediado a través del andamiaje, entonces presenta algunas de las siguientes conductas,* se encuentran varios ítems son sus subitems respectivos, los cuales detallamos a continuación: ítem- *andamiaje dando asistencias* con sus subitems *dividir el proceso/problema por pasos, seleccionar objetivos específicos, monitoreo.* Item *andamiaje facilita el aprendizaje activo,* con sus subitems, *andamiaje facilita el conflicto cognitivo, andamiaje facilita el pensamiento práctico, crítico y creativo, andamiaje facilita la metacognición; andamiaje facilita la* *enseñanza recíproca.* Item *uso de preguntas* con subitems como *abiertas, cerradas, dar claves, pruebas, señales, parafrasear, declarativas-qué-hechos-contenidos.*

Con respecto a la subcategoría *otras estrategias de instrucción* tenemos los siguientes ítems: *instrucción directa, modelando, dando explicaciones, monitorea (progreso del estudiante), regula la comprensión del estudiante, elaboración.*

En referencia a la subcategoría *retroalimentación* se divide en los siguientes ítems: *reconocimiento de respuesta del estudiante, práctica compartida, práctica guiada, práctica independiente, facilita la evaluación por compañeros.*

Por último, la subcategoría transferencia se divide en el ítem *transferencias (conexiones – generalizaciones).*

Cierre de la clase

En cuanto al cierre de la clase se estima como un momento en el que se fortalecen las metas establecidas al comienzo de la clase, se disipan las inquietudes, se sintetizan las ideas principales y se verifica brevemente la comprensión de lo fundamental (Bulger, Mohr, & Walls, 2002). En términos de a (López, 2011) "Durante el cierre, el profesor evalúa la comprensión de sus estudiantes, adquiriendo la información necesaria para saber cómo continuar la siguiente clase." Las subcategorías que la componen son *el docente realiza el cierre de la clase* o *el docente facilita que los estudiantes realicen el cierre de la clase.*

Materiales y recursos

"Los materiales son mediadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje y a través de ellos se pueden trabajar contenidos conceptuales o procedimentales; pero también pueden estimular la atención de los alumnos y despertar su interés y motivación. (Cañas, 2010). Estos materiales y recursos deben influir en la forma en que se desarrollen el conocimiento, las destrezas y los procesos mentales en el niño. Las subcategorías que componen esta categoría son: e*n el aula de la clase se observa el uso de materiales concretos; en el aula de la clase se* *observa el uso de herramientas tecnológicas; en el aula de la clase se observa el uso de una variedad de recursos.*

El formato de Observación de Práctica Docente consta de 5 categorías, dividas en subcategorías e ítems. Consta en total de 99 items. Fue sometido a validación de contenido a través de tres jueces expertos, quienes evaluaron cada ítem del formato de acuerdo a los criterios de: 1) Pertinencia; 2) Claridad; 3) Precisión 4) Lenguaje. El promedio total del instrumento fue de 98.5 %, lo cual indica que el instrumento es pertinente para medir la práctica docente (Anexo 4). La validación de los jueces expertos para la categoría de Instrucción y Evaluación fue del 98%. La codificacón se llevó a cabo por el mismo investigador y al evaluar su confiabilidad del 92.9% (Anexo 5). La codificación de la categoría Instrucción y Evaluación fue del 85%.

Procedimiento

Primera fase: preparación

Se procedió a la elección de los colegios participantes de acuerdo al proyecto Factores Determinantes del Rendimiento Académico en Edad Pre-Escolar y se solicitó el permiso a los rectores de las instituciones escogidas para llevar a cabo el proyecto mencionado anteriormente. Se hizo la solicitud de permiso a los docentes para que se vincularan al proyecto y que sus clases pudieran ser filmadas. Se solicitó el consentimiento informado a los padres de familia cuyos hijos iban a participar en el desarrollo del proyecto, y se solicitó el consentimiento informado para los estudiantes que se les iba a aplicar la prueba TEMA-3.

Segunda fase: entrenamiento

Se filmaron las clases de matemáticas de 9 docentes dentro del grupo de docentes que pertenecen a la investigación *Factores Determinantes de Rendimiento Académico en Edad Temprana* que trabajan en instituciones educativas de carácter oficial de la ciudad de Barranquilla, de los estratos uno (1) y dos (2). Con estos datos se procedió a digitar la información y se realizó el análisis de confiabilidad al igual que el de las categorías que evalúan cada uno de los instrumentos aplicados.

Tercera fase: recolección de datos

Se entrenó a los trabajadores de campo en codificación de datos. Luego, dos expertas realizaron una medida de confiabilidad individual a una muestra representativa de los mismos. Se aplicó la fórmula representada por: la razón entre el número de unidades de análisis catalogadas correctamente por el codificador, entre el número total de unidades de análisis a la codificación realizada por el investigador. Se pudo verificar que su codificación era confiable dado que los resultados fueron del 92.9% como se puede observar en el Anexo 5 (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

Al mismo tiempo, se realizó un entrenamiento a los trabajadores de campo con el fin de que la prueba fuera aplicada apropiadamente. Se recopiló la información sobre el conocimiento matemático temprano de los niños a través del test TEMA-3 durante un mes.

El investigador codificó las clases de acuerdo a los criterios del Formato de Práctica Docente. Por cada docente al que se le filmó la clase, se escogieron de forma aleatoria 7 estudiantes que habían tomado el TEMA -3. Seguidamente, se pasó al análisis e interpretación de los resultados del Formato de Observación de Práctica Docente mediante el uso de procedimientos estadísticos, para lo cual se utilizaron estadísticas descriptivas como lo son la Media y la Desviación estándar. A su vez se utilizó una correlación entre cada categoría del formato mencionado y el desempeño de los estudiantes en el TEMA-3.

Cuarta fase: análisis de resultados

La única categoría que presentó resultados positivos o negativos y significativos y no significactivos fue la categoría de instrucción y evaluación, mostrando que las subcategorías procesos y destrezas que promueven la comprensión, la subcategoría metacognición (regulación); la subcategoría estrategias de instrucción y evaluación que promueven la comprensión en el ítem andamiaje que facilita la metacognición, uso de preguntas, declarativas-que-hechos-contenidos; otras estrategias de instrucción, instrucción directa, modelando, dando explicaciones, monitorea el progreso del estudiantes, presentan relaciones entre las variables estudiadas.

Finalmente, se elaboraron los análisis estadísticos descriptivos que permitieron analizar la distribución de las variables de estudio para completar la discusión y conclusión de esta investigación. Teniendo como base el marco teórico de la investigación se procedió a realizar la discusión, conclusiones y recomendacioinstrones del caso, haciendo uso del análisis de los resultados para realizar las inferencias pertinentes.

Análisis de resultados

Para el análisis de los siguientes resultados se realizaron estadísticas descriptivas como la Media y la Desviación estándar. Este primer estadígrafo es utilizado para observar el valor central de los datos, en este caso para examinar los valores promedios obtenidos por los estudiantes en las diferentes categorías de las variables objeto de estudio, de otra parte la desviación típica, orienta en el establecimiento del grado de dispersión de los datos en relación a la media, es decir, determina qué tan cercanos o lejanos están éstos valores de ella.

Se realizó una Prueba de Kolmogorov-Smirnov para la normalidad de los datos donde se observa que la mayoría de las variables no tienen una distribución normal, por ende, se procede a utilizar estadísticos no paramétricos para la realización de los análisis estadísticos (Anexo 6).

Luego se procedió a realizar una correlación de Spearman utilizando el software SPSS. El número decimal obtenido al relacionar estas variables indica la fuerza de relación y significación estadística de las mismas, de esta manera a partir del valor numérico del coeficiente de correlación obtenido, se considera que los valores cercanos a cero denotan una relación débil, mientras que los que se aproximaron a + 1 ó a –1 indican una relación más fuerte. Se tomó en consideración los puntajes correlacionales que mostraron un nivel de significancia menor o igual a 0,05.

La muestra correspondiente a los siguientes resultados estuvo conformada por 63 estudiantes del grado de Transición de 4 colegios públicos de estrato 1 y 2 de la ciudad de Barranquilla y 9 docentes que laboran en estas instituciones.

Tabla 1. Medias y desviaciones del conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes.

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Matemáticas informales	63	.13	.8	.48	.147
Matemáticas formales	63	.00	.22	.11	.054
Matemáticas Tempranas	63	.06	.48	.30	.098

La tabla 1 muestra las medias y desviaciones del conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes. Se observa que la variable conocimiento matemático informal tiene una media de .48 (DS=.147), lo que muestra que en lo correspondiente a la numeración, comparación numérica, cálculo informal y conceptos informales, componentes de esta parte del conocimiento matemático informal, los estudiantes presentan un bajo conocimiento. En lo correspondiente a la variable de conocimiento matemático formal tiene una media de .11 (DS=.054). La variable de conocimiento matemáticas tempranas tiene una media de .30 (DS=.098).

Tabla 2. Medias y desviaciones de las prácticas presentadas por los docentes.

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Procesos /destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promueven la comprensión					
Metacognición (Regulación):	9	1	3	1.78	.833
Estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión					
Andamiaje facilita la Metacognición	9	1	2	1.78	.441
Declarativas-que-hechos, contenidos	9	1	4	2.78	1.093
Otras estrategias de instrucción usadas por los docentes					
Modelando	9	3	4	3.56	.527
Dando explicaciones	9	3	4	3.67	.500
Monitorea (progreso del estudiante)	9	2	4	3.11	.782

Práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo)	9	2	4	3.56	.726

La tabla 2 muestra las medias y desviaciones de las prácticas presentadas por los docentes. Se observa que en los procesos /destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promueven la comprensión, la variable metacognición (regulación) tiene una media de 1.78 (DS=.833). En las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión, la variable andamiaje como facilitador de la metacognición tiene una media de 1.78 (DS=.441); la variable declarativas-que-hechos, contenidos tiene una media de 2.78 (DS=1.093). En otras estrategias de instrucción usadas por los docentes, la variable modelando tiene una media de 3.56 (DS=.527); la variable dando explicaciones tiene una media de 3.67 (DS=.500); la variable monitorea (progreso del estudiante) tiene una media de 3.11 (DS=.782); la variable práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo) tiene una media de 3.56 (DS=.726).

Tabla 3. Correlación entre los procesos /destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promueven la comprensión que utilizan los docentes y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes.

		MAT. INFORMAL
Metacognición (Regulación)	Coeficiente de correlación	$-.125$
	Sig. (bilateral)	$.330$
	N	63

Nota: MAT=matemática.

La tabla 3 muestra la correlación entre los procesos /destrezas de pensamiento utilizados en tal forma que promueven la comprensión que utilizan los docentes y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes. Se observa que no existe una relación significativa entre la metacognición y el conocimiento matemático informal. ($r = -.125, p < 0.050$).

Tabla 4. Correlación entre las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes.

		M_INFORMAL
Andamiaje facilita la Metacognición	Coeficiente de correlación	$.261*$
	Sig. (bilateral)	$.039$
	N	63
Uso de la pregunta Declarativas-que-hechos, contenidos	Coeficiente de correlación	$-.281*$
	Sig. (bilateral)	$.026$
	N	63

Nota: M=matemática.

La tabla 4 muestra las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes. Se observa que existe una relación significativa entre andamiaje que facilita la metacognición y el conocimiento matemático: informal ($r = .261, p < 0.050$). Existe relación significativa y negativa entre uso de la pregunta declarativas-que-hechos-contenidos y el conocimiento matemático informal ($r = -.281, p < 0.050$).

Tabla 5. Correlación entre otras estrategias de instrucción usadas por los docentes y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes

		M_INFORMAL
Modelando	Coeficiente de correlación	$-.250*$
	Sig. (bilateral)	$.048$
	N	63
Dando explicaciones	Coeficiente de correlación	$-.307*$
	Sig. (bilateral)	.015
	N	63
Monitorea (progreso del estudiante)	Coeficiente de correlación	$-.203$
	Sig. (bilateral)	$.111$
	N	63
Práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo)	Coeficiente de correlación	$-.241$
	Sig. (bilateral)	$.057$
	N	63

Nota: M=matemática.

La Tabla 5 muestra la correlación entre otras estrategias de instrucción usadas por los docentes y el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes. Se observa que existe una relación significativa entre modelando y el conocimiento matemático informal ($r = -.250, p < 0.050$). Existe una relación significativa entre dando explicaciones y el conocimiento matemático: informal ($r = -.307, p < 0.050$).

Tabla 6. Coeficiente de la recta de regresión entre las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión y el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes.

Coeficientes[a]

	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados		
Modelo	B	Error típ.	Beta	t	Sig.
(Constante)	.318	.079		4.029	.000
Andamiaje facilita la Metacognición	.092	.043	.264	2.134	.037

a. Variable dependiente: M_INFORMAL

Se utilizó una regresión lineal para determinar cómo las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes contribuyen en el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes. Se aplicó el método introducir tomando como criterio de entrada un p-valor igual a 0.050. El test de bondad de ajuste R2, indica que el modelo se ajusta en un 6.9% y estuvo compuesto por todas las variables introducidas (F=4.553, gl=1, p<0.050). La tabla 6 muestra los coeficientes estimados, los cuales sugieren que, las estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes explica el 26.4% de la variación observada en el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes, con un error típico de 0.1428162 para este modelo.

Se observó que el conocimiento matemático informal se relaciona positiva y significativamente con el andamiaje que realizan los docentes para facilitar la metacognición, de igual manera se encontró que esta variable contribuye a que los estudiantes tengan un conocimiento matemático informal.

A su vez, se encontró que los docentes que son declarativos, modelan y dan explicaciones se relaciona negativamente con el conocimiento matemático informal, es decir, que los docentes que realizan lo expuesto anteriormente en sus clases, sus estudiantes tienden a tener puntajes más bajos en el conocimiento matemático informal. De estas variables solo dando explicaciones contribuye negativamente al conocimiento matemático informal.

Discusión

Tomando en cuenta lo que afirmaron (Schacter & Thum, 2004) que, las observaciones de la práctica docente han encontrado importantes resultados en el desempeño de los estudiantes, la investigación actual se hizo analizando y estudiando las prácticas docentes con observaciones. Aquellos estudios que se enfocan en las características observables de los docentes, explican poco acerca de la efectividad del docente, como bien lo afirman (Lavy, 2011; Bietenbeck, 2014; Hidalgo-Cabrillana & Lopez-Mayan, 2015).

De acuerdo al análisis de los resultados del estudio que se realizó con estudiantes de nivel socioeconómico bajo (estratos 1 y 2) se pudo observar, en cuanto a la variable conocimiento matemático temprano, que la mayoría de los estudiantes reflejan un conocimiento informal bajo ($M = 0{,}48, SD = 0{,}147$) y prácticamente carecen de conocimiento formal ($M = 0{,}11, SD = 0{,}54$), lo que generó un conocimiento matemático temprano muy incipiente ($M = 0{,}30, SD = 0{,}98$). Los datos arrojados en este estudio van acorde con los observados en los estudios de (Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009) quienes encontraron, al medir competencia numérica a través de un examen de desempeño matemático, que los estudiantes de estrato socioeconómico bajo ingresaban a la escuela con un nivel inferior al del estrato socioeconómico medio ($M_{KinderBajo} = 16.34$, $SD = 4.48$; $M_{KinderMedio} = 20.20$, $SD = 6.71$). Más aún, los niños de estrato socioeconómico bajo son considerados de alto riesgo pues son los más susceptibles para ingresar a la clasificación como estudiantes de bajo rendimiento académico (Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Siegler & Ramani, 2008; Starkey, Klein, & Wakely, 2004; Engels, Claessens, & Finch, 2011; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004). En esa misma línea, (Lee & Burkam, 2002; Bodovski & Farkas, 2007), afirman que los niños procedentes de familias de estrato socioeconómico bajo entran a la escuela con un promedio más bajo de conocimientos matemáticos y esta diferencia tiende a aumentar a través del desarrollo de la educación escolar. Los resultados de (Bodovski &

Farkas, 2007) arrojaron que el grupo de estudiantes con promedio más bajo, mantuvo el desempeño bajo hasta el tercer grado $\left(M_{KinderQ25} = 12.54, SD = 2.28;\ M_{3GradoQ25} = 68.84, SD = 15.57\right)$. Así mismo, en el estudio de (Claessens Engels 2013) se llevó a cabo una prueba de medición de conocimiento matemático donde se clasificaron en un subgrupo los estudiantes de desempeño bajo, 31% del total de los estudiantes se ubicaron en este nivel, encontrándose que el 86% de estos estudiantes sólo alcanzaba el nivel de competencia básica, el 23% lograba el nivel de competencia 2 y solamente el 1% alcanzó el nivel de competencia 3. Ningún estudiante de este grupo, alcanzó los otros dos niveles de competencia. De esta manera, se estableció que este subgrupo no alcanzaba el nivel de competencia 2 al comenzar el kindergarten.
$\left(M_{Nivel\ de\ Comp\ Bajo1} = 0{,}86;\ M_{Nivel\ de\ Comp\ Bajo2} = 0.23\ ;\ M_{Nivel\ Competencia\ Bajo3} = 0.01\right)$. Mas aún, en el trabajo de investigación de (Bodovski & Farkas, 2007) en donde subclasificaron a los estudiantes al entrar al kindergarten de acuerdo a su competencia en matemáticas, por percentiles, muestran que los estudiantes en cada uno de los cuatro grupos estaban operando en niveles diferentes.

Todo lo anterior se relaciona estrechamente con el presente estudio puesto que se realizó en el estrato socioeconómico bajo 1-2 y de acuerdo con los autores citados, y a otros como (Starkey, Klein, & Wakely, 2004; Isaacs J. , 2012), el nivel socioeconómico, la falta de recursos, es uno de los factores principales que inciden en el nivel de conocimiento matemático temprano al ingresar a la escuela formal. Un importante grupo de estudio como (National Mathematics Advisory Panel, 2008) afirma que otro de los factores es el bajo nivel de escolaridad de los padres y el hecho de ser familias monoparentales (Duncan, y otros, 2007; Isaacs J. , 2012). Esto es reforzado por el trabajo de investigación de (Isaacs & Manguson, 2011) quienes hallaron que hay una fuerte relación entre el ingreso familiar y el nivel de competencia matemática de un niño al comenzar la escuela formal, estableciendo que uno de los factores que tiene mayor incidencia es el nivel de educación de los adultos de la familia.

Teniendo en cuenta la investigación de (Isaacs J. , 2012; Isaacs & Manguson, 2011), existe un 27% de diferencia entre el número de estudiantes que se encuentran listos para entrar a la escuela de estrato bajo ($menos\ del\ 48\%$) y, el número de estudiantes de estrato medio-alto (75%). Se puede inferir, de la investigación, que debido a que 79.2% de la población de Colombia, se encuentra en los estratos del 1 al 3. (Portafolio, 2015), un porcentaje alto de nuestros niños llega a la escuela formal con bajos niveles de conocimiento matemático, y muchos no llegan siquiera a recibir educación preescolar. (Unicef, 2014), ratifica para Colombia lo anterior con un porcentaje del 80% de los niños en edades de 3 a 5 años, en el grupo de probeza multinivel. En el caso de Barranquilla, el 29.1% de su población está por debajo de la línea de la probreza, y comparada con otras ciudades de la Costa Atlántica, es la que presenta menor porcentaje de población por debajo del nivel de pobreza, lo que nos lleva a concluir que los niños llegan con conocimientos matemáticos muy bajos o precarios, como lo muestran los resultados. Teniendo en cuenta el análisis de los resultados de la presente investigación en cuanto al conocimiento matemático formal, debido a lo obtenido ($M = 0.11, SD = 0.54$) no se tuvo en cuenta esta variable.

Con respecto al análisis de los resultados de las medidas de la variable práctica docente se pudo observar que de acuerdo al formato utilizado, la categoría instrucción y evaluación fue la que arrojó resultados significativos en las subcategorías procesos/destrezas que promueven la comprensión del estudiante y estrategias de instrucción y evaluación que promueven la comprensión del estudiante.Todas estas medidas se tomaron con base en una escala Likert de 1-4. En la subcategoría procesos/ destrezas de pensamiento utilizados de tal forma que promueven la comprensión, la variable metacognición (regulación), característica de la práctica constructivista, arrojó una media de 1.78 ($DS = .833$); ($M = 0.445$).En la subcategoría de estrategias de instrucción y evaluación de tal forma que promueven la comprensión, la variable declarativas-que-hechos, contenidos tiene una media de 2.78, ($\mathrm{DS} = 1.093$); ($M = 0.695$), característica de la práctica tradicional y la variable andamiaje como facilitador de la metacognición tiene una media de 1.78 ($DS = .441$); ($M = 0.445$), que puede ser características ambos tipos de enseñanza, pero se ve con más énfasis en la constructivista. En otra subcategoría, otras estrategias de instrucción usadas por los docentes, la variable dando explicaciones tiene una media de 3.67 ($DS = .500$); ($M = 0.9175$); la variable modelando tiene una media de 3.56 ($DS = .527$); ($M = 0.89$), ambas características de la práctica tradicional; la variable práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo) tiene una media de 3.56 ($DS = .726$); ($M = 0.89$) y la variable monitorea (progreso del estudiante) tiene una media de 3.11 ($DS = .782$); ($M = 0.775$) ambas características de la práctica constructivista.

En el presente estudio se encontró que la variable dando explicaciones, la variable modelando, la variable uso de preguntas declarativas – que – hechos, contenidos y la práctica compartida son los procesos y estrategias que más prevalencen en la enseñanza de los docentes observados y que se enfocan más a un tipo de enseñanza tradicional que constructivista, Stipek (2004) señala que la enseñanza tradicional tiene más probabilidad de ser vista en las clases de estudiantes de bajo nivel académico que la enseñanza constructivista.

En cuanto a la relación entre las prácticas de los docentes y el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes, el estudio logró encontrar relaciones en diversas subcategorías de la categoría instrucción y evaluación, lo cual muestra el cumplimiento de la primera hipótesis de trabajo, solo para este aspecto:

En la subcategoría de los procesos/destrezas de pensamiento que promueven la comprensión y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes, se observó que existe una correlación negativa pero no significativa entre la metacognición y el conocimiento matemático informal ($r = -.125, p > 0.05$). Esto va acorde con la profundización de la investigación de (Carr & Jessup, 1995), quienes al comparar el impacto de la metacognición en el uso de las estrategias al resolver problemas de suma y resta encontraron una correlación negativa y no significativa sobre la prevalencia de las estrategias que estaban ya interiorizadas $(Estrategia\ Min: (Abril), r = -.21, p > .05\ ; (Junio), r = -.19, p > .05; Estrategia\ de\ Recuperación: (Abril), r = -.04, p > .05; (Junio), r = -.04, p > .05)$; lo que sugiere que para que la metacognición tenga un rol importante en el desempeño cognitivo, una estrategia debe ser nueva y requerir de esfuerzo para ser parte fundamental en la resolución de problemas. Esto, a la luz de la investigación actual sugiere que en sus clases de matemáticas, los docentes en el momento de la medición realizaban actividades mecánicas de conteo lo que no requiere de un análisis de situación planteada que exija al estudiante el uso de la metacognición. Los estudios hallados muestran en general, que las correlaciones positivas y significativas se presentaron en estudiantes con altas puntuaciones en matemáticas a los que se le encontraron altos niveles de conocimiento metacognitivo (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004); también mostró Throndsen (2011) que al resolver problemas de adición y sustracción se presentó una correlación positiva y significativa entre la competencia metacognitiva y el desempeño en matemáticas y ésta se mantuvo con el tiempo, para lo que se debe facilitar la autorregulación en los procesos de aprendizaje de las destrezas básicas que se dirijan hacia los aspectos cognitivos y metacognitivos. En este estudio, se esperaba medir situaciones en las que el docente promoviera en el estudiante la regulación (que clarifique, revise, corrija y se pregunte a partir de lo reflexionado) en el problema o situación presentada. De acuerdo a (Mega, Ronconi, &

De Beni, 2014) los estudiantes autoregulados siempre trabajan en busca del éxito académico, planean, monitorean, organizan y evalúan su proceso durante todo el tiempo para hacer los cambios y correcciones que crean pertinentes. Así se concluyó que el aprendizaje autoregulado predice positivamente el desempeño académico. Algunos rasgos de estos aspectos se presentaron durante la toman de datos de la actual investigación, pero de forma incipiente ya que solamente en una de las clases se observó resolución de problemas, mientras que en las otras se realizaron actividades de desarrollo de destrezas o memorísticas, o de poco desarrollo de procesos de pensamiento.

En cuanto a la subcategoría de estrategias de instrucción y evaluación usadas por los docentes de tal forma que promueven la comprensión y el conocimiento matemático temprano que tienen los estudiantes se encontró una relación positiva y significativa entre andamiaje que facilita la metacognición y el conocimiento matemático informal ($r = .261, p < 0.050$) y otra relación significativa y negativa entre el uso de preguntas declarativas – que – hechos – contenidos y el conocimiento matemático informal ($r = -.281, p < 0.05$).

En cuanto a la relación entre el andamiaje que facilita la metacognición y el conocimiento matemático, el resultado obtenido está de acuerdo con los resultados de (Chien, y otros, 2010) donde se observa un aumento en el nivel del rendimiento académico en matemáticas cuando hay andamiaje ($r = 0.11, SD = 0.07, p < 0.05$); de (Casem & Oliva, 2013), donde los estudiantes que utilizaron el andamiaje tuvieron un mejor desempeño en los resultados t. ($M = 38.50$) que aquellos que no la utilizaron ($M = 31.25$); de (Frederick, Courtney, & Caniglia, 2014) probó que al utilizar técnicas de andamiaje en geometría por trabajo en grupo, los estudiantes mejoraron su conocimiento conceptual que aquellos que trabajaron de forma individual sin tener andamiaje (Grupo control con aumento del 4.27%, y grupo experimental con aumento del 10.96%). Se puede concluir que no importa el nivel en matemáticas, o la rama en que se utilice, el andamiaje promueve el desempeño en matemáticas (Nuntrakune & Park, 2011).

En cuanto a la relación entre el uso de preguntas declarativas-que-hechos-contenidos y el conocimiento matemático informal, los resultados obtenidos coinciden con el estudio de (Stipek & Byler, 2004) quienes encontraron una relación negativa y no significativa del uso de la pregunta con la práctica tradicional ($r_{Trad} = -0.17, p < 0.10$), esto es que, cuando el docente usa la pregunta, se propone desarrollar pensamientos de orden superior, lo que no es evidente por la manera en que se desarrolla una clase cuando el tipo de práctica es tradicional. Esto se traduce en que las prácticas de los docentes constructivistas siempre apuntan hacia la orientación de la pregunta y el desarrollo del pensamiento de orden superior mientras que las práctias de los docentes tradicionales siempre apuntan al desarrollo de destrezas básicas, que es lo que explican los resultados. (Smart & Marshall, 2013) concluyeron que la relación entre el nivel de la pregunta y el nivel cognitivo del estudiante fue bivariada ($r = 0.596, p < 0.001$) y una correlación parcial positiva y significativa ($r = 0.310, p < .05$) , cuando al hacer preguntas calificadas en niveles de orden superior se desarrollaban procesos cognitivos de orden superior pues, requerían que el estudiante utilizara estrategias de pensamiento más elevadas para contestarlas. Los resultados del estudio actual mostraron durante la observación, preguntas de orden inferior donde se esperaban respuestas concretas, correspondientes a desarrollo de la memoria o de destrezas, ya que el estudiante respondía específicamente a lo preguntado por el docente, una instrucción centrada en el profesor y que no promovía desarrollo de pensamiento de orden superior.

En la subcategoría de otras estrategias de instrucción usadas por los docentes y el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes se encontró que existe una relación negativa y significativa entre modelando y el conocimiento matemático informal

$(r = -.250, p < 0.050)$ y entre dando explicaciones y el conocimiento matemático informal $(r = -.307, p < 0.05)$. Se encontró que en la medida en que los docentes en sus clases modelan y dan explicaciones a sus estudiantes se obtiene una relación negativa con el conocimiento matemático informal.

De acuerdo a (Stipek & Byler, 2004) en las correlaciones reportadas entre la clase de práctica (tradicional o constructivista) y los desempeños en matemáticas, las destrezas básicas en la práctica tradicional presentaron una correlación negativa y significativa $(r_{Trad} = -0.35, p < .001)$, lo que indica que el docente que usa más práctica tradicional implementa menos estrategias para el desarrollo del pensamiento de orden superior; también se observó una relación negativa y significativa entre las prácticas observadas de los docentes y el desempeño de los estudiantes en matemáticas $(r_{Trad} = -0.21, p > .05)$. Estos resultados afirman los obtenidos por esta investigación en que al observar las clases, se esperaba ver más estrategias para el desarrollo del pensamiento de orden superior, más estrategias promoviendo la comprensión del estudiante, de acuerdo al objetivo del formato de observación de la práctica del docente. A medida que el docente formaliza la educación matemática, la matemática informal tiende a desaparecer, es decir, que a mayor modelación y explicación de los procesos formales, menor el conocimiento informal.

De acuerdo a (Engels, Claessens, & Finch, 2011), dependiendo del nivel en que se encuentra el alumno al ingresar a la escuela formal, la instrucción (dando explicaciones) seguida por el profesor, tiene una incidencia positiva o negativa con el rendimiento del estudiante, dependiendo del dominio que tiene el estudiante del concepto que se está desarrollando. En el estudio mencionado por ejemplo, destrezas y figuras básicas, generó una relación negativa con respecto al desempeño del estudiante $(r_1 = -0.022, p < 0.01;\ r_2 = -0.021, p < 0.01;\ r_9 = -0.042, p < 0.01;\ r_{10} = -0.033, p < 0.01)$ ya que casi todos los estudiantes la manejaban correctamente. De acuerdo a lo analizado en este estudio, los niños desde que nacen hasta los 5 años (cuando ingresan a las instituciones formales) desarrollan la matemática informal, (Baroody, Lai, & Mix, 2006) (Clements & Sarama, 2007; Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008) a medida que reciben instrucción está matemática informal se transforma en matemática formal. Sin embargo, (Purpura, Baroody, & Lonigan, 2013) afirman que existe la posibilidad de que haya otro paso en el desarrollo que no se está tomando en cuenta y, éste se refiere a la conexión del conocimiento informal con los símbolos escritos, paso necesario para la adquisición del conocimiento formal porque provee el puente entre el conocimiento aritmético y numérico informal y los procedimientos y representaciones formales, lo que puede ser una de las causas que no se haya encontrado altos niveles de matemática formal, mostrando el cumplimiento de la segunda hipótesis nula.

Conclusión

Después del análisis mencionado anteriormente, se puede concluir en el presente estudio, que como resultado importante se presenta un diagnóstico de la situación educativa en ciertos preescolares de los estratos 1 y 2 en Barranquilla con respecto al nivel de las matemáticas al comenzar la escuela formal y su relación con la práctica docente, permitiendo vislumbrar algunos efectos del por qué el nivel educativo es tan bajo.

Dentro de estos efectos cabe mencionar que el hecho de tener buenas destrezas en matemáticas al comenzar la escuela predice poderosamente el aprendizaje posterior de manera positiva (Duncan, y otros, 2007; Claessens, Duncan, & Engel, 2009; Claessens & Engel, 2013). En Colombia, y en particular en Barranquilla, donde se realizó la investigación, no se tiene conocimiento de estudios o proyectos relacionados con este tipo de diagnóstico que permite crear estrategias para mejorar efectivamente el desarrollo de la competencia matemática en los niños desde que inician la escuela y que le influyen en su desempeño durante toda su vida escolar.

Por otro lado, a pesar de que existen dos tipos de prácticas bien definidas actualmente, la tradicional y la constructivista y que muchas veces se han visto como antangónicas, muchos autores tienen frente a ellas opiniones diversas que apoyan los resultados de la investigación. Unos estudios encontraron que las prácticas modernas tienen una influencia positiva y significativa mientras que las tradicionales tienen una relación negativa y no significativa. Otros trabajos han encontrado que ambos tipos de práctica tienen efectos positivos en los exámenes estandarizados en matemáticas y que no existe un enfrentamiento entre el uso de la práctica tradicional o moderna ya que ellas pueden coincidir dependiendo del tipo de construcción de conocimiento que se desee hacer. Algunos otros afirman que las prácticas tradicionales tienen un efecto positivo y significativo en el resultado de exámenes como los TIMSS mientras que las prácticas modernas tienen un efecto positivo pero no significativo debido a la estructura de la prueba. (Cohen & Hill, 2000) (Guarino, Hamilton, Lockwood, & Rathbun, 2006) (Schwerdt & Wupperman, 2011) (D'Agostino, 2000) (Lavy, 2011) (Bietenbeck, 2014) (Hidalgo-Cabrillana & Lopez-Mayan, 2015) (Hamilton, y otros, 2003) .

También es importante resaltar en el presente estudio que en lo correspondiente al conocimiento matemático temprano, la numeración, comparación numérica, cálculo informal y conceptos informales, componentes del conocimiento matemático informal, los estudiantes presentan niveles muy bajos, lo cual afecta su desempeño inmediatamente posterior y correspondiente al conocimiento matemático formal. Este hecho va acorde con lo encontrado en los estudios de Gersten, Jordan, & Flojo (2005) y Malofeeva, Day, Saco, Young, & Ciancio (2004), quienes hallaron que los estudiantes con dificultades al aprender relaciones numéricas y el significado de número a temprana edad, presentaban un efecto negativo sobre el desempeño en los grados de elemental. De la misma manera, Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi (2004) afirman que el conteo como habilidad temprana, con las destrezas de secuencia verbal de números y destrezas de numeración, fue el predictor más exacto del desarrollo en destrezas matemáticas; así, Sarama & Clements (2009) confirman lo expuesto anteriormente ya que dicen que sin conteo verbal no se desarrolla el pensamiento cuantitativo; además se afirma que el conocimiento numérico sirve como intermediario entre el conocimiento matemático informal y formal, siempre y cuando la identificación de número y la comprensión de las relaciones entre el número y la cantidad estén presentes (Purpura, Baroody, & Lonigan, 2013).

Por todos los estudios expuestos anteriormente, es importante que los estudiantes que comienzan la escuela formal den inicio a su vida escolar con una estructurada fundamentación matemática. Esto contrasta con la realidad de la educación pública en Colombia pues los mínimos requeridos para un buen desarrollo matemático en la niñez temprana en las escuelas no se presentan en la actualidad. De igual manera, se requieren los instrumentos necesarios para medir la matemática con que ingresan los niños a la escuela y determinar el contenido que se les va a enseñar. De esta forma, se podría encontrar evidencias de la interacción que existe entre el conocimiento matemático de los estudiantes al iniciar el kindergarten, la instrucción que reciben y el desempeño en los exámenes estandarizados al terminar kindergarten (Sarama & Clements, 2009).

Igualmente es importante asegurar que se hagan estudios más profundos en cuánto al desarrollo del niño durante toda su época escolar, ya que de acuerdo a Curby, Rimm-Kaufman, & Cameron (2009) concluyen en su estudio que se debe hacer un seguimiento de la contribución que tiene la enseñanza en el aprendizaje de los niños más allá de un solo año escolar. Los niños cambian y crecen año tras año, estos cambios son efecto de cambios en su desarrollo físico y otros cambios que se dan como consecuencia de las relaciones e interacciones con adultos importantes.

Cabe anotar que las características que hacen que un docente sea exitoso muchas veces son no observables o difíciles de medir. Uno de los factores que intervienen en este fenómeno es la variedad de las metodologías utilizadas al igual que los diferentes contextos sociales y educativos que dificultan la posibilidad de generar un perfil universal de un docente efectivo.

Adicionalmente, se ha querido determinar cómo las prácticas docentes predicen el desempeño del estudiante y, como parte de ello, se ha analizado su estrategia de enseñanza. Esto ha permitido encontrar que las cualificaciones, el conocimiento y la experiencia no tienen una influencia directa sobre el desempeño de los estudiantes. (Nye, Konstantoupolous, & Hedges, 2004) (Rockoff, 2004) (Hanushek K. , 2002) (Engels, Claessens, & Finch, 2011) (Goe L. , 2007)

Después de todo lo estudiado se puede afirmar que son muchos los aspectos que influyen en el desarrollo de un buen conocimiento matemático, tanto en el aspecto psicosocial como en el aspecto intelectual y educativo. De los elementos que componen la evolución cognitiva de un niño en el proceso de enseñanza aprendizaje se destacan: la metacognición, el andamiaje, las diversas estrategias de enseñanza sustraídas de los variados enfoques educativos tales como el aprendizaje colaborativo, el modelado y la pregunta. De igual manera, como resultado de este estudio, se podría afirmar que la práctica docente tiene un peso relevante en el desarrollo del conocimiento matemático del niño pues su influencia es tanto directa como indirecta.

Limitaciones

Entre las limitaciones que se encontraron en este trabajo de investigación fue el hecho de tener una sola medida. En cuanto al formato de Observación de Práctica Docente, de acuerdo a la experiencia de codificación, resultó ser complejo y muy denso ya que debido a esto, se pierde el sentido de lo que se va a medir por el número de ítems que se miden al tiempo. Para poder hacerlo de una manera más adecuada se hizo mediante la observación indirecta, (observación de videos) ya que si se hubiera hecho directamente se habría perdido mucha información en tiempo real.

El investigador es consciente de que la práctica docente abarca inclusive más aspectos o categorías que las que se detallaron, pero que al tratar de medir todas las categorías al mismo tiempo no se lograría profundizar en el propósito. El formato no presenta de forma balanceada todas las categorías, es decir, unas categorías presentan subcategorías y muchos ítems, mientras que otros sólo presentan dos o tres ítems y al valorarlas se les da el mismo peso a cada categoría.

Recomendaciones

Una de las recomendaciones sería independizar las categorías del formato y realizar una investigación conjunta con varios investigadores, quienes observarían cada uno una categoría, las cuales se unirían después para sacar una sola conclusión.

Se sugiere enfocarse en el desempeño del docente en el salón de clases, y con base en esto, determinar el efecto en la mejora de la calidad de la instrucción para beneficio de los estudiantes, más que analizar las cualificaciones del docente tal como lo indican Rockoff (2004), Schacter & Thum (2004), Lavy (2011), Engels, Claessens, & Finch (2011) Nye, Konstantoupolous, & Hedges (2004), Bietenbeck (2014), Hidalgo-Cabrillana & Lopez-Mayan(2015).

Para un estudio posterior, se recomendaría observar al menos seis horas de clases del mismo docente en diferentes momentos del año escolar. De esta manera, se podría caracterizar un perfil siguiendo la técnica adecuada que permita evaluar las diversas estrategias, destrezas, procesos que se puedan observar en más de una hora de clase.

Referencias

Aaronson, D., Barrow, L., & Sander, W. (2007). Teachers and student achievement in the Chicago Public High Schools. *Journal of Labor Economics 25(1)*, 95-135.

Abdalla, M. (2004). En las redes de la profesión. Resignifcando el trabajo docente. *Revista Mexicana de Educación Investigativa 9(20)*, 159-181.

Adelman, H., & Taylor, L. (2005). Classroom Climate. En S. Lee, P. Lowe, & E. Robinson (Edits.), *Encyclopedia of School Psychology*. Thousand Oaks, California, United Dtates: Sage.

Aiello, M. (2005). Las prácticas de la enseñanza como objeto de estudio. Una propuesta de abordaje en la formación docente. *Educere, 9*(30).

Argudín, Y. (2005). *Educación basada en competencias.* México, D.F.

Arrieta, J. L. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. 374. México, D.F., México: Centro de Investigación de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Unidad Zacatenco Departamento de Matemática Educativa. Obtenido de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/arrieta_2003.pdf

Artut, P. (2009). Experimental evaluation of the effects of cooperative learning on kindergarten children's mathematical ability. *International Journal of Educational Research*, 370-380.

Asti Vera, A. (1996). *Metodología de la Investigación.* Buenos Aires: Kapelusz.

Aubrey, C., Dahl, S., & Godfrey, R. (2006). Early Mathematics Development and Later Achievement: Further Evidence. *Mathematics Education Research Journal*, 27-46.

Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting Children's Mathematical Performance in Grade One by Early Numeracy. *Learning and Individual Differences*(20), 427-435.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M., & Nurmi, J. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 699-713.

Ausbel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva.* Buenos Aires: Paidós.

Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Instruction, Capacity and Improvement. *Consortium for Policy Research in Education*.

Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching. *American Educator*.

Banco Interamericano de Desarrollo. (2012). *Calidad, Igualdad y Equidad en la Educación Colombiana.*

Banco Interamericano de Desarrollo. (Julio de 2014). *Banco Interamericano de Desarrollo América Latina en Pisa 2012*. Obtenido de http://www.iadb.org/es/temas/educacion/resultados-pisa-2012-en-america-latina,9080.html

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action:a social cognitive theory.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc.

Bargagliotti, A., Guarino, C., & Mason, W. (2009). *Mathematics Instruction in Kindergarten and 1st Grade in the USA at the Start of the 21st Century.* Los Angeles: California Center for Population Research.

Barnett, W. (2002). Long term effects of early childhood programs on cognitive and school outcomes. *The Future of Children*(5), 25-50.

Baroody, A. (1989). Manipulatives Don´t Come With Guarantees. *The Arithmetic Teacher*, 4-5.

Baroody, A. (1994). *El Pensamiento Matemático de los Niños.* Madrid. Visor

Baroody, A. (1997). El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Madrid, España: Visor.

Baroody, A. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. En D. &. J.Sarama (Ed.), *Engaging young children in mathematics.Standards for early childhood education* (págs. 173-219). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Baroody, A., & Dowker, A. (2003). *The Development of Arithmetic Concepts and Skills:Constructing Adaptive Expertise.* Routledge.

Baroody, A., Lai, M., & Mix, K. (2006). The development of young children's number and operation sense and its implications for early childhood education. En B. Spodek, & O. Naracho, *Handbook of research of the education of young children* (págs. 187-221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., & Spelke, E. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 102*(39), 14116-14121.

Benguría, S., Martín, B., Valdés, M. v., Pastellide, P., & Colmenarejo, L. (2010). *Observación, métodos de investigación en educación especial.*http:// https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Observacion_trabajo.pdf

Bietenbeck, J. (2014). Teaching practices and cognitive skills. *Labour Economics*, 143-153.

Blazar, D. (2015). Effective teaching in Elementary Mathematics: Identifying Classroom Practices that Support Student Achievement. *Economics of Education Review*, 16-29.

Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Do Instructional Practices Contribute to Inequality in Achievement? The Case of Mathematics Instruction in Kindergarten. *Journal of Early Childhood Research*, 5(3), 301-322.

Boekearts, M., Pintrich, W., & Ziedner, M. (2000). *Handbook of Self Regulation.* San Diego: Academic Press.

Borman, G. D., & Kimball, S. M. (2005). Teacher quality and educational equality: Do teachers with higher standards-based evaluation ratings close student achievement gaps? *Elementary School Journal*(106), 3-20.

Bos, M., Ganimian, A., & Vegas, E. (2014). *Brief # 10 ¿Cómo se desempeñaron los estudiantes que asistieron al pre-escolar?* América Latina in Pisa. Banco Interamericano de Desarrollo.

Brannon, E., & Van de Walle, G. (2002). The Development of Ordinal Numerical Competence in Young Children. *Cognitive Psychology*, 53.

Brenneman, K., Stevenson Boyd, J., & Frede, E. (2009). *Math and Science in Preschool: Policies and Practice.* Rutgers, Psychology. New Brunswick: NIEER (National Institute for Early Educational Research).

Brooks, J., & Brooks, M. (1999). Becoming a Constructivist Teacher. En J. Brooks, & M. Brooks, *In Search of Understanding: The Case of Constructivist Classrooms* (págs. 101-118). Alexandria.

Brown, E. T. (2005). The Influence of Teachers' Efficacy and Beliefs Regarding Mathematics Instruction in the Early Childhood Classroom. *Journal of Early Childhood Teacher Education*, 26:239–257. Obtenido de http://dx.doi.org/10.1080/10901020500369811

Brownell, W. (1945). When is arithmetic meaningful? *Journal of Educational Research, 38*, 481-498.

Bruce, J., Weil, M., & Calhoun, E. (2003). *Models of Teaching.* Boston: Allyn & Bacon.

Bruffee, K. (1995). Sharing Our Toys:Cooperative Learning Versus Collaborative Learning. *Change the Magazine of Higher Learning*, 12-18.

Bryant, P. (1996). Children and arithmetic. En *Critical readings on Piaget* (L. Smith ed., pág. 312−346). London, UK: Routledge.

Bryant, P., & Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics. En U.Goswami (Ed.), *Blackwell Handbook of Childhood Cognitive Development* (págs. 412-439). Malden, Netherlands: Blackwell.

Bulger, S., Mohr, D., & Walls, R. (2002). *Stack the Deck in Favor of Your Students by Using the Four Aces of Effective Teaching*. Obtenido de The Journal of Effective Teaching: http://uncw.edu/cte/et/articles/bulger

Butler, D., & Winne, P. (1995). Feedback and Sef Regulated Learning, a Theoretical Synthesis. *Review of Educational Research*, 245-281.

Cañas, A. (Febrero de 2010). Los Materiales en Educación Infantil. *Innovación y Experiencias Educativas*(27).

Carbonero, M., & Navarro, C. (2006). Entrenamiento de alumnos de Educación Superior en estrategias de aprendizaje de las matemáticas. *Psicothema, 18*(3), 348-352.

Cardona, G. (2002). Tendencias educativas para el siglo XXI: educación virtual, online y @learnng. Elementos para la discusión. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 2.

Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P., Chiang, C., & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching; An experimental study. *American Education Research Association, 26*(4), 499-531.

Carr, M., & Jessup, D. (1995). Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning and Individual Differences*, 7(3) 235-247.

Carr, M. & Jessup, D. (1994) Gender differences in first grade mathematics strategy use. Carr, M., & Jessup, D. L. (April, 1994). Gender differences in first grade mathematics strategy use:Social, metacognitive, and attributional influences. *Annual Meeting of the American Educational Research Association.* New Orleans.

Casem, R., & Oliva, A. (2013). Scaffolding strategy in teaching mathematics: Its effects on students' performance and attitudes. *Comprehensive Journal of Educational Research*, 1 (1) 9-19.

Castro, M. (2 de Junio de 2013). La desigualdad sigue presente en. *El País*. Obtenido de http://www.elpais.com.co/elpais/colombia/noticias/desigualdad-sigue-presente-educacion-colombiana

Cazden, C., & Beck, S. (2003). Classroom Discourse. En A. Graesser, A. Gernsbacher, & S. Goldman (Edits.), *Handbook of Discourse Processes.* Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Centro Virtual de Noticias de la Educación-MEN. (15 de Marzo de 2012). *Mineduacion e Icfes Entregan Resultados de las Pruebas Saber Pro.* Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-299905_recurso_1.pdf

Chard, D., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using measures for number sense to screen for difficulties in mathematics:Preliminary findings. *Assessment for Effective Intervention, 30*(2), 3-14.

Chien, N., Howes, C., Burchinal, M., Pianta, R., Ritchie, S., Bryant, D., . . . Barbarin, O. (2010). Children's Classroom Engagement and School Readiness Gains in Prekindergarten. *Child Development*, 1534-1549.

Claessens, A., & Engel, M. (2013). How important is where you start? Early mathematical knowledge and later school success. *Teachers College Record*, 29.

Claessens, A., Duncan, G., & Engel, M. (2009). Kindergarten Skills and Fifth-Grade Achievement Evidence. *Economics of Education Review,* 415-427.

Clarke, B., & Shinn, M. (2004). A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based learning. *School Psychology Review, 33*(22), 234-248.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Major themes and recommendations. En D. Clements, J. Sarama, & A. DiBiase (Edits.), *Engaging Young Children In Mathematics: Standards for Early Mathematics Education.* Mahwah: Erlbaum.

Clements, D., & Sarama, J. (2007). Effects of a Preschool Mathematics Curriculum Summative Research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 136-163.

Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math.* New York: Routledge.

Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, (33) 968-970.

Clements, D., Sarama, J., Unlu, F., & Lazer, C. (2012). The efficacy of an intervention synthesizing scaffolding designed to promote selfregulation. *SREE.*

Cohen, D., & Hill, H. (2000). Instructional Policy and Classroom Performance: the Mathematics Reform in California. *Teachers College Record*, 102(2): 294-343.

Coll, C. (1996). Constructivismo y educación escolar: ni hablamos siempre de lo mismo ni lo hacemos siempre desde la misma perspectiva epistemológica. *Anuario de psicología, 69*, 153-178.

Copley, J. (2004). The early childhood collaborative: a professional development model to communicate and implement the standards. En D. Clements, & J. Sarama, *Engaging young children in Mathematics:Standards for early childhood mathematics education* (págs. 401-414). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

CormierW., & Cormier, L. (1994). *Estrategia de entrevistas para terapeutas.* Bilbao: DDB.

Cotton, K. (2001). Classroom questioning. *School improvement research series,* 1-10.

Curby, T. W., Ponitz, C. C., & Rimm-Kaufman, S. E. (2009). Kindergarten Classroom Quality, Behavioral Engagement, and Reading Achievement. *School Psychology Review, 38*, 102-120.

Curby, T., & Chavez, C. (2013). Prioritizing Interactions to Support Children's Academic Achievement. *Dialog, 16(2)*, 109-112.

Curby, T., Rimm-Kaufman, S., & Cameron, C. (2009). Teacher–Child Interactions and Children's Achievement Trajectories Across Kindergarten and First Grade. *Journal of Educational Psychology*, 912-925.

Curi, E. (2004). Formación de profesores que enseñan matemáticas: investigación colaborativa, producción y socialización de saberes. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 17(I).* México: CLAME.

D'Agostino, J. (2000). Instructional and School Effects on Students' Longitudinal Reading and Mathematics Achievements. *International Journal of Research, Policy and Practice, 11*(2), 197-235.

De Zubiría, J. (2006). *Los modelos pedagógicos: hacia una pedagogía dialogante.* Bogotá D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.

De Zubiría, J. (13 de Abril de 2014). ¿Por qué Colombia ocupa el último lugar en las pruebas PISA? *Sermana*. Obtenido de http://www.semana.com/educacion/articulo/por-que-colombia-ocupa-el-ultimo-lugar-en-las-pruebas-pisa/382486-3

De Zubiría, J., Ramírez, A., Ocampo, K., & Marín, J. (2008). El Módelo Pedagógico Predominante en Colombia. Bogotá D.C., Colombia.

Díaz Barriga, F., & Hernández, G. (2010). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo.* México: McGraw Hill/Interamericana Editores S.A. de C.V.

Dillengbourg, P., Baker, M., Blaye, A., & O'Malley, C. (1996). The evolution of research of collaborative learning. En E. Spada, & P. Reiman (Edits.), *Learning in Humans and Machines: towards an interdisciplinary learning science* (págs. 189-211). Oxford: Elsevier.

Duarte, J., Bos, M., & Moreno, J. (2012). *Calidad, Igualdad y Equidad en la Educación Colombiana. (Análisis de la Prueba Saber 2009).* Bogotá, D.C.: Banco Interamericano de Desarrollo.

Duncan, G., Claessens, A., Houston, A., Pagani, L., Engel, M., Sexton, H., & Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology,* 43(6) 1428-1446.

Early, D., & Barbarin, O. (2005). *Prekindergarten in 11 states: NCDEL's multi-state studyof pre-kindergarten and study of state-wide early education programs(SWEEP).* North Carolina, Chapel Hill.

Engels, M., Claessens, A., & Finch, M. (2011). Teaching Students What They Already Know? The (mis)alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten.

Escobar, N. (2007). LA PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS ESTUDIANTES PRACTICANTES. *Acción Pedagógica No. 16*, 182-193.

Eslava, M., & Valdez, E. (2004). Detección de los modos de razonamiento proopiciados por el docente de álgebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17(I)*.

Faruji, L. (December de 2011). Discourse Analysis of Questions in Teacher Talk. *Theory and Practice in Language Studies, 1*(12), 1820-1826.

Ferreiro, R. (2002). El Constructivismo Social. *Red Talentos*.

Flavell, J. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving. En L. Resnick (Ed.), *The Nature of Intelligence* (págs. 231-236). Hillsdale, New Jersey, USA: Earlbaum.

Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psyhologist*(34), 906-911.

Fleer, M., & Raban, B. (2007). Early Childhood Literacy and Numeracy: Builidng Good Practice. Australia: Commonwealth of Australia.

Frederick, M., Courtney, S., & Caniglia, J. (2014). With a Little Help from my Friends: Scaffolding Technices in Problem Solving. *Investigarions in Mathematics Learning*, 21-32.

Freire, P. (1975). *Pedagogía del oprimido*. Bogotá D.C.: Ediciones América Latina.

Frome, P., Lasater, B., & Cooney, S. (2005). Well-qualified Teachers and High Quality Teaching: Are they the Same? *Southern Regional Education Board*.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer Verlag.

Gamboa, L., & Kruger, N. (s.f.). Asistenica al Preescolar y brechas de rendimiento en el nivel medio: un análisis para America Latina.

García M., J. (2003). Aprendizaje por Descubrimiento: Frente a Aprendizaje por Recepción. En C. Coll, J. Palacios, & A. Marchesi (Edits.), *Desarrollo psicológico y educación.Tomo II Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza.

Geary, D. (1994). *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications*. Washington, DC: American Psychological Association.

Geary, D., Hoard, M., & Hamson, C. (1999). Numerical and Arithmetical Cognition: Patterns of Functions and Deficits in Children at Risk for a Mathematical Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 213-239.

Gelman, R. (1980). What young children know about numbers. *Educational Psychologist, 15*(1), 54-68.

Gelman, R. (2000). The epigenisis of mathematical thinking. *Journal of Applied Developmental Psychology.*(27), 27-37.

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child´s understanding of number.* Cambridge, UK.

Gersten, R., Jordan, N., & Flojo, J. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities., 38*(4), 293-304.

Ginsburg, H. (1997). Mathematical Learning Disabilities: A view from Developmental Psychology. *Journal of Learning Disabilities,* 20-34.

Ginsburg, H. P., Lee, J. S., & Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social Policy Report Giving Child and Youth Development Knowledge Away*, 22(1), 1−24.

Ginsburg, H., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? a theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 274-285.

Ginsburg, H., & Baroody, A. (2003). Test of Early Mathematics Ability. *Third*. Austin, Texas, USA: Pro-Ed.

Ginsburg, H., Cannon, J., Eisenband, J., & Pappas, S. (2006). Mathematical Thinking and Learning. En K. McCartney, & D. Phillips, *Blackwell Handbook of Early Childhood Development.* Blackwell Publishing Ltd.

Goe, L. (2007). *The Link Between Teacher Quality and Student Outcome.* Washington D.C.

Goe, L., & Stickler, L. (2008). Teacher Quality and Student Achievement. *TQ Reasearch and Policy*.

Gohkale, A. (1995). Collaborative Learning Enhances Critical Thinking. *Journal of Technology Education, 7*(1).

Goldhaber, D. (2002). The Mystery of Good Teaching. *Education Next*.

Goldhaber, D., & Anthony, E. (2007). Can Teacher Quality Be Effectively Assessed? *Review of Economics and Statistics*, 89(1): 134-150.

Gómez M., M. A. (2001). *Universidad Tecnológica de Pereira.* Recuperado el 30 de Mayo de 2015, de http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev28/gomez.htm

Gómez M., M. A. (s.f.). *Revista de Ciencias Humanas.* (L. E. Jiménez, Ed.) Recuperado el 30 de Mayo de 2015, de http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev28/gomez.htm

González, F. (Junio de 1996). Acerca de la Metacognición. *Paradigma, XIV al XVII*(1), 109-135.

Graham, T. A., Nash, C., & Paul, K. (1997). Young children's exposure to mathematics: The child care context. *Early Childhood Education Journal*(25), 31-38.

Gros, B. (2000). *El Ordenador Invisible.* Barcelona: Gedisa.

Grouws, D., & Cebulla, K. (1999). Improving Student Achievement in Mathematics. *Educational Practices Series*. Chicago, Illinois , USA: International Academy of Education (IAE).

Guarino, C., Dieterle, S., Bargagliotti, A., & Mason, W. (2011). *What can we learn about effective early mathematics teaching?* California Center for Population Research.

Guarino, C., Hamilton, L., Lockwood, J., & Rathbun, A. (2006). *Teacher Qualifications, Instructional Practices, and Reading and Mathematics Gains of Kindergarteners.* Washington, DC: Department of Education: National Center for Education.

Hamilton, L., McCaffrey, D., Stecher, B., Klein, S., Robyn, A., & & Bugliari, D. (2003). Studying Large-Scale Reforms of instructional Practice: An Example from Mathematics and Science. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25(1): 1-29.

Hamre, B., & Pianta, R. C. (2001). Early teacher-child relationships and trajectory of school outcomes through eighth grade. *Child Development*, 625-638.

Hanushek, E., & Woessmann, L. (2012). Do better schools lead to more growth? Cognitive skills, economic outcomes, and causation. *Journal of Economic Growth. (17):267-321.*

Hanushek, E., Kain, J., O'Brien, D., & Rivkin, S. (2005). The Market for Teacher Quality. *NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH*.

Hanushek, K. (2002). Teacher Quality. En L. Izumi, & W. Evers (Edits.), *Teacher Quality* (págs. 1–12). Palo Alto, California, USA: Hoover Press.

Harris, A., & Robinson, K. (2007). Schooling Behaviors or Prior Skills? *Sociology of Education*, (80)139-57.

Hausken, E., Rathbun, A., & Walston, J. (2004). *Kindergarten Teachers:Public and Private School Teachers of the Kindergarten Class 1998-1999.* U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics., Washington D.C.

Hernández S., R., Fernández, C., & Baptista, P. (2003). *Metodología de la Investigación.* México,D.F., México: McGraw Hill Interamericana.

Hernández, S., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la Investigación.* México: McGrawHill.

Hidalgo-Cabrillana, A., & Lopez-Mayan, C. (2015). *Teaching styles and achievement: student and teacher perspectives*. Recuperado el 15 de enero de 2015, de http://bit.ly/1JvWJTk

Hill, H., Rowan, B., & Ball, D. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 371-406.

Hooper, S. R., Roberts, J., Sideris, J., Burchinal, M., & Zeisel, S. (2010). Longitudinal predictors of reading and math trajectories through middle school for African American versus Caucasian students across two samples. *Developmental Psychology*, 1018-1029.

Howard, G. (May de 2009). The Impact of Teaching Styles and Other Related Variables on Student Achievement in Mathematics and the Implications for Curriculum Management. Atlanta, Georgia, USA.

http://virtual-book.net/adistancia/TeorContemEduc/U1/lecturas/TEX_1_SEM%201_RepEsc.pdf. (s.f.).

Huitt, W. (2003). Classroom instruction. *Educational Psychology Interactive.* (V. S. University, Ed.) Valdosta, GA, USA. Obtenido de http://www.edpsycinteractive.org/topics/instruct/instruct.html

ICFES. (2010). *Colombia en Pisa 2009 Síntesis de resultados.* Resultados, Bogotá. Obtenido de portal.icfes.s3.amazonaws.com/datos/Colombia%20en%20PISA%202009%20Sintesis%20de%20resultados.pdf

ICFES. (2010). *Resultados en Colombia TIMSS 2007.* Bogotá. Obtenido de https://portal.icfes.s3.amazonaws.com/datos/informe%20Resultados%20de%20Colombia%20en%20TIMSS%202007.pdf

ICFES. (Marzo de 2012). *www.icfes.org.co*.

ICFES. (2013). *Colombia en Pisa 2012 Informe Nacional de Resultados.Resumen Ejecutivo.* Resumen Ejecutivo.

ICFES. (2013). *Resultados comparabales Educación Superior Pruebas Saber Pro 2012.* Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-299905_recurso_1.pdf

ICFES. (2014). *Resultados 5 Grado Pruebas Saber 2009 Barranquilla.* Bogotá D.C. Obtenido de file:///C:/Users/Claudia%20Rincon/Downloads/REPENTIDADTERRITORIAL112009quintomatem%C3%A1ticas.pdf

ICFES. (2014). *Resultados de tercer grado en el área de matemáticas Pruebas Saber 3 2013.* Informe de resultados. Obtenido de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.jspx

ICFES. (2014). *Resultados Pruebas Saber 5 2013 Matemáticas.* Obtenido de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.jspx

ICFES. (2014). *Resultados Pruebas Saber 5 Grado 2012 Atlántico.* Bogotá D.C.

ICFES. (2015). *Resultados Pruebas Saber 5, 9, 2009, 2012-2014.* Bogotá, D.C.

icfes.gov.co. (2015).

Indriago, M. (1988). Modificabilidad de aptitudes específicas y su efecto en el rendimiento académico en matemática de alumnos de noveno grado de Educación básica. . *Investigación y Postgrado, 3*(1), 61-92.

Isaacs, J. (2012). *Starting School at a Disadvantage: The School Readiness of Poor Children.* Washington, D.C.: The Brookings Institution.

Isaacs, J., & Manguson, K. (2011). *Income and Education as Predictors of Children's School Readiness.* Washington, D.C.: The Brookings Institution.

Jodoin, M., & Gierl, M. (2001). Evaluating type 1 error and power rates using an effect size measure with the logistic regression procedure for DIF detection. *Applied Measurement in Education, 14*, 329-349.

Johnson, D., & Johnson, R. (1982). Effects of cooperative and compettitive learning experiences on interpersonal attraction between handicapped and non handicapped students. *Journal of Social Psychology*, 211-219.

Johnson, D., Johnson, R., & Holubec, E. (1999). *El Aprendizaje Cooperativo en el Aula*. Buenos Aires: Paidós.

Johnson, W. L., & Johnson, M. (1993). Validity of the quality of school life scale: A primary and second-order factor analysis. *Educational and Psychologycal Measurement, 53*(1), 145-153.

Jordan, N., Kaplan, D., Locuniak, M., & Ramineni, C. (2007). Predicting first- grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research and Practice*(22), 36-46.

Jordan, N., Kaplan, D., Olah, L. N., & Locuniak, M. (2006). Number sense growth in kindergarten:A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*(77), 153-175.

Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*, 850-867.

Kane, T., Rockoff, J., & Staiger, J. (2006). *What does Certification Tell Us About Teacher Effectiveness? Evidence from New York City*. Cambridge, MA.: National Bureau of Economic Research.

Kane, T., Taylor, E., Tyler, J., & Wooten, A. (2010). *Identifying Effective Classroom Practices Using Student Achievement Data.* NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH Working Paper 15803, Cambridge.

Kemp, B. (1997). Scaffolding. *English Journal, 86*(7), 126-127.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study . *Learning and Instruction,* (19)513-526.

Lagares, P., & Puerto, J. (2001). *Población y Muestra. Técnicas de Muestreo.* Obtenido de http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/mamaeusch/veroeffentlichungen/ver_texte.es.pdf

Lavy, V. (2011). *What makes an effective teacher: Quasi experimental evidence.* Cambridge: NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH.

Layzer, J., Goodson, B., & Moss, M. (1993). *Observational Study of Early Childhood Programs.* Washington, D.C.: VacuumBot.

Le, V., Stecher, B., Lockwood, J., Hamilton, L., Robyn, A., Williams, V., & al., e. (2006). *Improving mathematics and science education: A longitudinal investigation between reform-oriented instruction and student achievement.* Santa Monica.

Leak, J., & Farkas, G. (2011). Effects of Teacher Credentials, Coursework, and Certification on Student Achievement in Math and Reading in Kindergarten: An ECLS-K Study .

Lee, J., & Ginsburg, H. (2007). Preschool Teachers' Beliefs About Appropriate Early Literacy and Mathematics Education for Low- and Middle-Socioeconomic Status Children . *Early Education and Developmnet,* 111-143.

Lee, S., & Ginsburg, H. (2009). Early Childhood Teacher's Misconceptions About Mathematics Education for Young Children in the United States the. *Australasian Journal of Early Childhood, 34*(4), 37-45.

Lee, V., & Burkam, D. (2002). *Inequality at the Starting Gate:Social Background Differences in Achievement as Children Begin School.* Washington, D.C.: Economic Policy Institue.

Lefevre, J., Fast, L., Sowinski, C., Osana, H., Swarchuk, S., & Manay Quian, N. (2009). *Who's Counting? Numeracy and Earlt Practices of Early Learning and Child Care Practitioners.* Canadian Council of Learning.

Lester, J. F. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(6), 660-675.

Lew, M., Mesch, D., Johnson, D., & Johnson, R. (1986). Components of cooperative learning;Effects of collaborative skills and academic group contingencies on achievement and mainstreaming. *Contemporary Educational Psychology*, 11, 229-239.

Linares, A. (29 de Septiembre de 2013). ¿Por qué somos tan malos en matemáticas? *El Tiempo*, pág. 14 Debes Hacer.

Lipton, J., & Spelke, E. (2003). Origins of number sense. Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 396-401.

López, L. S. (2011). *La Clase para Pensar.* Barranquilla: Universidad del Norte.

López, L., Armour-Thomas, E., Ariza, E., & Rincón, C. (2011). Formato de Observación Práctica Docente.

Ma, L. (1999). Knowing and Teaching Elementary Mathematics. En L. Ma, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental*

Mathematics in China and the United States (págs. 881-887). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., & Ciancio, D. (2004). Construction and evaluation of a number sense test with Head Start children. *Journal of Educational Psychology., 96*(4), 648-659.

Martin, E., & Marchesi, A. (1990). Desarrollo Metacognitivo y Problemas de Aprendizaje. En A. C. Marchesis, *Desarrollo Psicológico y Educación.* (Vol. II, págs. 35-47). Madrid, España: Alianza Editorial, S.A.

Mathematics, C. o. (2009). *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity.* (C. Cross, & T. Woods, Edits.) Washington: The National Academies Press.

Matsumura, L. C., Slater, S. C., Junker, B., Peterson, M., Boston, M., & Steele, M. e. (2006). *Measuring reading comprehension and mathematics instruction in urban middle schools: A pilot study of the Instructional Quality Assessment (CSE Technical Rep.* CSE Technical Report No. 681.

McKinsey & Company. (2007). *How the world's best-performing school systems come out on top.*

Mega, C., Ronconi, l., & De Beni, R. (2014). What Makes a Good Student? How Emotions, Self Regulated Learning and Motivation Contribute to Academic Achievement? *Journal of Educational Psychology, 106*(1), 121-131.

Milesi, C., & Gamoran, A. (2006). Effects of Class Size and Instruction on Kindergarten Achievement. *American Educational Research Association*, 28(4) 287-313.

Miller, T., & Spray, J. (1993). Logistic Discriminant Function Analysis for DIF Identification of Polytomously Scored Items. *Journal of Educational Measurement, 30*(2), 107-122.

Ministerio de Educación Nacional . (1994). *Ley de Educacación 115.*

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *El Desarrollo de la Educación en el Siglo XXI-Informe Nacional de Colombia.* Bogotá. Obtenido de http://www.ibe.unesco.org/International/ICE47/English/Natreps/reports/colombia.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2011). *Región Caribe (Costa Atlántica) en Educación.* Recuperado el Juliio de 2012, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-283230_archivo_pdf_perfil.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Estadísticas del Sector Educativo*. Obtenido de http://menweb.mineducacion.gov.co/seguimiento/estadisticas/principal_ind.php?seccion=23&id_categoria=4&consulta=ind_tsa_cobb&nivel=23&dpto=&mun=&ins=&sede=

Ministerio de Educación Nacional. (2014). Bogotá. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-336001.html

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2012). Del ECAES al SABER PRO. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-299905_recurso_1.pdf

Mix, K., Huttenlocher, J., & Levine, S. (2002). *Quantitative Development in Infancy and Early Childhood.* New York, New York, USA: Oxford University Press.

Mouthon Mejía, L. (22 de 03 de 2014). Cinco Capitales Costeñas Entre las Ocho con Más Pobreza del País. *El Heraldo*.

National Association for the Education of Young Children. (2002). *Early Childhood Mathematics: Promoting Good Begginings.* National Association for the Education of Young Children.

National Council of Teachers in Mathematics. (2000). *Principle and Standards for school mathematics.* (U. o. Michigan, Ed.) Ann Arbor: National Council of Teachers in Mathematics 2000.

National Council of Teachers in Mathematics. (2007). *Principle and Standards for school mathematics.* (U. o. Michigan, Ed.) Ann Arbor: National Council of Teachers in Mathematics 2007.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *The Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel.* Washington D.C.: US Department of Education.

National Research Council. (2009). *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity.* (C. Cross, T. Woods, & H. Schweingruber, Edits.) Washington D.C.: The National Academies Press.

NICHD Early Child Care Research Network. (2005). A day in third grade: A large-scale study of classroom quality and teacher and student behavior. *The Elementary School Journal*(105), 305-323.

Not, L. (1983). *Las pedagogías del conocimiento.* México: Fondo de Cultura Económica.

Nuntrakune, T., & Park, Y. J. (2011). Scaffolding techniques: a teacher training for cooperative learning in Thailand primary education. *The International Journal of Pedagogy and Curriculum*, 19(2) 103-114.

Nuñez del Río, M., & Pascual, M. (2011). Habilidades Matemáticas en Alumnos de 3 Infantil:detección temprana de dificultades de apredizaje y orientaciones para la intervención. *Revista Diálogo Educacional, 11*(32), 83-105.

Nye, B., Konstantoupolous, S., & Hedges, L. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 237-257.

OCDE. (2012). *La Educación Superior en Colombia.* Banco Mundial.

OCDE. (2014). *Mathematics Teaching and Learning Strategies in Pisa.* Paris.

OCDE. (2015). *COLOMBIA, Pólíticas Prioritaria Para un Desarrollo Inclusivo.*

Ontario Ministry of Education. (2006). *A guide to effective instruction in mathematics, kindergarten to grade 6.* Ontario. Toronto: Queen's Printer for Ontario.

Oppenheimer, A. (2010). *¡Basta de Historias!* . México: Random House Mondadori, S.A. de C.V.

Oxford University. (1989). *Oxford English Dictionary.* New York: Oxford University Press.

Palardy, G., & Rumemberg, R. (2008). Teacher Effectiveness in First Grade:The Importance of Background Qualifications, Attitudes, and Instructional Practices for Student Learning. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 111-140.

Papic, M., Mulligan, J., & Bobis, J. (2009). Developing Mathematical Concepts in Australian Pre-school Settings: Children's Mathematical Thinking. En *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual.* Palmerston, New Zeland.

Perich, D. (2008). *Las Aventuras Matemáticas de Daniel.* Punta Arenas, Chile: Editorial Impacto.

Perrenoud, Ph. (1993). *Práticas pedagógicas. Profissão docente e formação: perspectivas sociológicas*, Lisboa: Publicações Dom Quixote/Instituto de Inovação Educacional.

Perry, B., & Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. *Handbook of international research in mathematics education*, 75-108.

Perry, M., Vanderstoep, S., & Yu, S. (1993). Asking Questions in First Grade Mathematics Classes: Potencial Influences on Mathematical Thought. *Journal of Educational Psychology*, 85 (1) 31.

Pianta, R., & Hamre, B. (2009). Conceptualization, Measurement, and Improvement of Classroom Processes: Standardized Observation Can Leverage Capacity. *Educational Researcher*.

Pianta, R., & La Paro, K. (2003). Improving Early School Success. *The First Years of School, 60*(7), 24-29.

Pianta, R., & La Paro, K. e. (2002). The Relation of Kindergarten Classroom Environment to teacher, Family, School Characterisitcs and Child Outcome. *The Elementary School Journal*, 225-238.

Pianta, R., Hamre, .., & Allen, J. (2012). Teacher-Student Relationships and Engagement: Conceptualizing,Measuring, and Improving the Capacity of Classroom Interactions. En *Handbook of Research on Student Engagement*. Charlottesville,VA.Christenson et al.

Pianta, R., Howees, C., & al, e. (2005). Features of Pre-Kindergarten Programs, Classrooms, and Teachers: Do They Predict Observed Classroom Quality and Child–Teacher Interactions? *Applied Developmental Sciences*, 144-159.

Pianta, R., La Paro, K., & Hamre, B. (2008). *Classroom assessment scoring system manual: K-3*. Baltimore, USA: Brookes Publishing.

Pintrich, P., Wolters, C., & Baxter, G. (2000). Assessing Metacognition and Self Regulated Learning. En N. B. Gregory Schraw & James C. Impara (Lincoln (Ed.), *Issues in the Measurement of Metacognition* (págs. 43-97). Lincoln, Nebraska, Estados Unidos. Obtenido de http://digitalcommons.unl.edu/burosmetacognition: http://digitalcommons.unl.edu/burosmetacognition/3

Portafolio. (8 de Mayo de 2015). *Así están distribuidos los colombianos por estratos sociales.* Recuperado el 20 de Junio de 2015, de http://www.portafolio.co/: http://www.portafolio.co/portafolio-plus/asi-estan-distribuidos-los-colombianos-estratos-sociales

Poveda Sierra, P. (2006). Implicaciones del Aprendizaje de Tipo Cooperativo en las Relaciones Interpersonales y en el Desempeño Académico. Alicante, España.

Purpura, D., Baroody, A., & Lonigan, C. (2013). The Transition From Informal to Formal Mathematical Knowledge:Mediation by Numeral Knowledge. *Journal of Educational Psychology, 105*(2), 453–464.

Quintana, C., Reiser, B., Davis, E., Krajcik, J., Fretz, E., Duncan, R., . . . Solloway, E. (2004). A Scaffolding Design Framework for Software to Support Science Inquiry. *The Journal of the Learning Sciences, 13*(3), 337-386.

Ramírez Peña, A. (15 de 03 de 2015). Si una persona recibe más de $211.807 mensuales ya supera la pobreza. *El Tiempo*.

Ravela, P., Arregui, P., Valverde, G., Wolfe, R., Ferrer, G., Martínez R., F., & Aylwin, M. 1. (2008). Las Evaluaciones Educativas que América Latina Necesita. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 1*(1), 51-63.

Redacción BBC Mundo. (3 de Diciembre de 2013). *¿Cómo le fue a America Latina en las pruebas Pisa?* Obtenido de http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2013/12/131203_pisa_resultados_am

Redacción Revista Dinero (12 de Septiembre de 2010). *¿Cuáles variables influyen en el aprendizaje de los estudiantes?* Obtenido de http://www.dinero.com/economia/articulo/cuales-variables-influyen-aprendizaje-estudiantes/109196

Redacción Revista Semana. (7 de Diciembre de 2013). *Educación, a repetir el año.* Obtenido de http://www.semana.com/nacion/articulo/resultados-pruebas-pisa-en-colombia/367355-3

Redacción Revista Semana. (3 de Diciembre de 2013). *Verguenza, Colombia entre los peores en educación.* Obtenido de http://www.semana.com/nacion/articulo/colombia-entre-ultimos-puestos-prueba-pisa/366961-3

Redacción Revista Semana. (01 de Abril de 2014). *Colombia, en el último lugar de pruebas de educación.* Obtenido de http://www.semana.com/nacion/articulo/colombia-en-el-ultimo-lugar-de-las-pruebas-pisa/382250-3

Redacción Vivir. (28 de Mayo de 2008). *www.elespectador.com*. Obtenido de http://www.elespectador.com/impreso/vivir/articuloimpreso-un-largo-camino-recorrer

Rendón, J. (16 de Agosto de 2011). *Educación, Gran Freno de la Región.* Obtenido de www.elheraldo.co: http://www.elheraldo.co/econom-a/educaci-n-gran-freno-de-la-regi-n-33915

Rivkin, S., Hanushek, E., & Kain, J. (2000). *Teachers, Schools and Academic Achievement.* Cambridge: National Bureau of Economic Researchers.

Rockoff, J. (2004). The Impact of Individual Teachers on Student Achievement: Evidence from Panel Data. *American Economic Review*, 247-252.

Roegiers, X. (2010). *Una Pedagogía de la Integración: Competencia e integración de los conocimientos en la enseñanza.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Rojas G., N. (2010). Conocimiento para la enseñanza y calidad matemática de la instrucción del concepto de fracción: estudio de caso de un profesor chileno. Granada, Andalucía, España.

Rowan, B., Correnti, R., & Miller, R. (2002). What Large-Scale Survey Research tells us about Teacher Effects on Student Achievement: Insights from the Prospects Study of Elementary Schools. En G. Sykes, B. Schneider, & D. Plank (Edits.), *Handbook of Education Policy Research* (págs. 104, 1525–67). New York, USA.

Rudd, L. C., Lambert, M. C., Satterwhite, M., & Zaier, A. (2008). Mathematical language in early childhood settings:What really counts? *Early Childhood Education Journal*(36), 75-80.

Sainz, M., & Argos, J. (2005). *Educación Infantil: Contenidos, Procesos y Experiencias.* Madrid: Narcea.

Sánchez, J. (5 de Marzo de 2012). *es.slideshare.net.* Recuperado el 30 de Mayo de 2015, de http://es.slideshare.net/Jaime24s/caractersticas-de-la-escuela-tradicional-11876408

Saracho, O., & Spodek, B. (2009). Educating the Young Mathematician: The Twentieth Century and Beyond. *Early Childhood Education*, 305-312.

Sarama, J., & Clements, D. (2009). *Learning and Teaching Early Math.* New York: Routledge.

Schacter, J., & Thum, Y. M. (2004). Paying for high- and low-quality teaching. *Economics of Education Review, 23*, 411-430.

Schiefelbein, E. (1993). *Estrategias para Elevar la Calidad de la Educación.* wASHING: PRODEBAS-UNESCO.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. En D. Grows (Ed.), *Handbook for Reaserch on Mathematics Teaching and Learningr* (págs. 334-371). New York, New York, Estados Unidos: MacMillan.

Schwerdt, G., & Wupperman, A. (2011). Is traditional teaching really all bad? A within-student between-subject approach. *Economics of Education Review*, 365-379.

Searle, D. (1984). Scaffolding: Who's building whose building? *Language Arts*, 480-483.

Seethaler, P., Fuchs, L., Fuchs, D., & Compton, L. (2012). Predicting First Graders' Development of Calculation Versus Word-Problem Performance: The Role of Dynamic Assessment. *Journal of Educational Psychology*, 104(1) 224-234.

Serrano, J. (1996). El Aprendizaje Cooperativo. En J. Genovard, & B. y. C. (Edits.), *Psicología de la Instrucción I. Variables y procesos básicos* (págs. págs. 217-244). Madrid, España: Editorial Síntesis, S.A.

Serres, Y. (2007). *El rol de las prácticas en la Formación de Docentes de matemáticas.* México.

Severo, A. (2012). *Teorías del aprendizaje: Piaget y Vigotsky.* Tacuarembó.

Siegler, R., & Ramani, G. (2008). The development of mathematical cognition. *Developmental Science*, 655-661.

Silva, M., Rodríguez, A., & Santillán, O. (2009). *Métodoy Estrategias de Resolución de Problemas Matemáticos Utilizadas por Alumnos de 6 Grado de Primaria.* México.

Silver, R. B., Measelle, J., Essex, M., & Armstrong, J. M. (2005). Trajectories of externalizing behavior problems in the classroom: Contributions of child characteristics, family characteristics, and the teacher-child relationship during the school transition. *Journal of School Psychology, 43,* 39-60.

Simon, M. T. (1999). Explicating the Teacher´s Perspective to the Researchers' Perspective:Generating Accounts of Mathematics Teacher's Practice. *Journal for Research in Mathematical Education*, 225-264.

Simon, M. T. (2000). Perspectives of teachers in transition. *Journal for Research in Mathematics Education,*, 31(5), 579-601.

Slavin, R., & Cooper, R. (1999). Improving Intergroup Relations_ Lessons Learned From Cooperative Learning Programs. *Journal of Social Issues, 55*(4), 647-663.

Slavin, R., Leavey, M., & Madden, N. (1984). Combining cooperative learning and individualised instruction: Effects on students mathematics achievement, attitudes and behaviours. *The Elementary School Journal, 84*(4), 409-422.

Smart, J., & Marshall, J. (2013). Interactions Between Classroom Discourse, Teacher Questioning, and Student Cognitive Engagement in Middle School Science. *J Sci Teacher Educ*, (24) 249-267.

Smith, L. (2002). *Reasoning by Mathematical Induction in Children´s Arithmetic.* Oxford: Pergamon Press.

Sophian, C. (1998). A Developmental Perspective On Children´s Counting. En C. Donlan, *The Development of Mathematical Skills* (págs. 27-46). Hove, UK.

Sowell, E. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 498-505.

Starkey, K., Klein, A., & Wakely, A. (2004). *Enhancing Young Children's Mathematical Knowledge Through a Pre-Kindergarten Mathematics Intervention.* Berkeley: University of California;Berkeley: Insitute of Human Development.

Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *American Association for the Advancement of Science*, 210 (4473) 1033-1035.

Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*, 157-189.

Stipek, D. (2004). Teaching practices in kindergarten and first grade: different strokes for different folks. *Early Childhood Research Quarterly*, 548-568.

Stipek, D. (2008). *The price of inattention to mathematics in early childhood education is too great.* Society for Research in Child Development Social Policy Report.

Stipek, D., & Byler, P. (2004). The early classroom observation measure. *Ealy Childhood Research Quarterly*, 375-397.

Stone, C. (1998). The metaphor of scaffolding: Its utility for the field of learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*(31), 344-364.

Swaminathan, H., & Rogers, J. (1990). Detecting Differential Item Functioning using logistic regression procedures. *Journal of Educational Measurement, 27*(4), 361-370.

Tarim, K. (2009). The effects of cooperative learning on preschoolers'. *Educational Studies in Mathematics*, 72: 325-340.

Tarim, K., & Aknediz, F. (2008). The effects of cooperative learning on Turkish elementary students' mathematics achievement and attitude towards mathematics using TAI and STAD methods. *Educational Studies in Mathematics*, 6 (1) 77-91.

Throndsen, I. (2011). Self-regulated learning of basic arithmetic skills:. *British Journal of Educational Psychology*, (81)558-578.

TIMSS. *Trends in International Mathematics and Science Study. Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias.* 2007.

Uni<ersiaColombia. (20 de Agosto de 2014). *http://noticias.universia.net.co/.* Obtenido de http://noticias.universia.net.co/actualidad/noticia/2014/08/20/1110104/educacion-colombia-demasiado-tradicional.html

Unicef. (20 de 08 de 2014). Tres de cada diez niños colombianos están en la pobreza: Unicef. *El Tiempo*.

Valdez, E. (2001). Los Recursos Didácticos y la Formación Docente. Un punto de vista histórico cultural. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.14.* México: CLAME.

Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher-Student Interaction: A Decade of Research. *Educational Psychology Review*, 271-296.

Vygotsky, L. (2012). *Thought and Language: Revised and Expanded Edition.* Cambridge: MIT Press.

Wilkinson, I., & Son, E. (2010). *www.education.com.* Obtenido de http://www.education.com/reference/article/questioning/

Windschitl, M. (2002). Framing constructivism in practice as the negotiation of dilemma: An analysis of the conceptual, pedagogical, cultural, and political challenges facing teachers. *Review of Educational Research, 72*(2), 131-175.

Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psycholoy and Psychiatry and Allied Disciplines*(17), 89-100.

Wright, S., Horn, S., & Sanders, W. (1997). Teacher and classroom context effects on student achievement: Implications for teacher evaluation. *Journal of Personnel Education*(11), 57-67.

www.icfes.gov.co. (s.f.). Obtenido de http://www.icfes.gov.co/investigacion/evaluaciones-internacionales/pisa

Zañartu, L. M. (2011). Aprendizaje Colaborativo: Una Nueva Forma de Diálogo Interpersonal y en Red. *Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías*. Obtenido de http://contexto-educativo.com.ar/2003/4/nota-02.htm

Zimmerman, B. (2008). Investigating Self Regulation and Motivation, Historical Background, Methodological Developments and Future Prospects. *American Educational Research Journal*, 166-183.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. *Educational Psychologist*, *25*(1), 3-17.

Anexos

Anexo 1. Prueba TEMA 3

1. NUMERACIÓN INTUITIVA (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A1-a con un dibujo de 2 gatos en fila, Tarjeta A1-b con un gato, y Tarjeta A1-c con 3 gatos en fila.

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, enseñe la Tarjeta A1-a y pregunte al niño: "¿CUANTOS GATOS VES?". Para la parte b, enseñe la Tarjeta A1-b y repita la pregunta. Para la parte c, enseñe la Tarjeta A1-c y repita nuevamente la misma pregunta.

2. MOSTRAR (#) DEDOS: 1, 2, MUCHOS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Para la parte a, pida al niño: "MUESTRAME DOS DEDITOS". Para la parte b diga: "MUESTRAME UN DEDITO". Para la parte c diga: "MUESTRAME CINCO DEDITOS".

3. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Sostenga 5 dedos en el aire y dígale al niño: "¿PODRÍAS CONTAR ESTOS DEDOS?". Si el niño se queda en silencio, dígale: "CUENTALOS PARA MI. (Pausa). AHORA TU".

4. PERCEPCIÓN DE "HAY MÁS": HASTA 10 ITEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A4-p (10 vs. 2 puntos), A4-a (7 vs. 3 puntos), A4-b (2 vs. 8 puntos), A4-c (1 vs. 6 puntos), y A4-d (9 vs. 4 puntos).

PROCEDIMIENTO: Para practicar, enseñe al niño la Tarjeta A4-p y diga: "VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE "DONDE HAY MAS. EN ESTA TARJETA HAY PUNTOS DE ESTE LADO Y DE ESTE OTRO LADO. MIRA CON CUIDADO Y MUESTRAME EL LADO QUE MÁS PUNTO TENGA". Si el niño lo hace correctamente, diga: "ES CORRECTO. ESTE LADO TIENE MÁS". Si el niño no lo hace correctamente, diga: "NO, ESTE LADO TIENE MÁS. MIRA, TIENE MUCHOS PUNTOS (Haga un gesto exagerado circular sobre el lado que tiene 10 puntos). ESTE LADO NO TIENE MÁS PUNTOS. SOLO TIENE UNOS POCOS PUNTOS. (Haga un gesto circular pequeño sobre el lado que tiene dos puntos). Luego administre las partes "a" a la "d" (Tarjetas A4-a hasta A4-d) en orden. Presente rápidamente cada una, durante 5 segundos. En cada presentación diga: "SEÑALA EL LADO QUE TIENE MÁS PUNTOS". Si el niño intenta contar los puntos, diga: "CON SOLO MIRAR ¿PODRÍAS DECIRME EN QUE LADO HAY MÁS PUNTOS?" Suspenda la prueba del ítem una vez el niño se equivoque en cualquiera de las tarjetas, excepto en la tarjeta de práctica.

5. PRODUCCIÓN NO VERBAL: 1 AL 4 (INFORMAL)

MATERIALES: 12 monedas y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas.

PROCEDIMIENTO: Diga al niño: "VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA". Coloque una moneda en una tarjeta (en la hoja del examinador) y permita que el niño la vea por unos 3 segundos. Luego cubra la moneda con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Si el niño no responde, diga: "COLOCA EN TU HOJA LA MISMA CANTIDAD DE MONEDAS QUE TENGO YO CUBIERTA CON MI HOJA." Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño la moneda en la hoja del examinador y coloque una moneda en la hoja del niño y diga: “AHORA LA TUYA ES IGUAL A LA MIA”. Luego retire la moneda de ambas, la hoja del examinador y la hoja del niño, e inténtelo de nuevo. Si el niño responde correctamente, diga: “SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque una segunda moneda a la hoja del niño), O ASÍ (retire ambas monedas de la hoja del niño), ENTONCES LA TUYA NO HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO”. Luego de este ejercicio de práctica, presente los siguientes ejercicios de la misma manera: Ejercicio a. 2 monedas Ejercicio b. 4 monedas Ejercicio c. 3 monedas

6. ENUMERACIÓN: 1 AL 5 (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A6-p (2 estrellas), A6-a (4 estrellas), y A6-b (5 estrellas). PROCEDIMIENTO: Este procedimiento se usa para el ítem 6 y el ítem 7. Diga: “JUGUEMOS EL JUEGO DE “ESCONDER LAS ESTRELLAS. TE VOY A MOSTRAR UNAS TARJETAS CON UNAS ESTRELLAS DIBUJADAS EN ELLAS. (Enseñe al niño la Tarjeta A6-p). CUENTA LAS ESTRELLAS“. Si el niño no responde, diga: “CUENTA ESTAS ESTRELLAS”. Luego voltee la Tarjeta y diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS CONTASTE?” Si el niño no responde, diga: “¿CUÁNTAS ESTRELLAS ESTOY ESCONDIENDO?” Repita el procedimiento con las Tarjetas A6-a y A6-b.

7. REGLA DE CARDINALIDAD (INFORMAL) *Ver ítem 6.

La puntuación de este ítem se basa en la respuesta dada a la pregunta “¿CUANTAS ESTRELLAS HAS CONTADO?” de las láminas A6-a y A6-b. Para superarlo el niño debe identificar el último número contado como el total de estrellas de las láminas A6-a y A6-b. Es decir, el niño debe indicar que contó “cuatro” en la lámina A6-a y “cinco” en la lámina A6-b. Si un niño responde a la lámina A6-a contando, por ejemplo, “HAY UNO, DOS, TRES, CUATRO ESTRELLAS", pero no indica cuántas estrellas hay en total, se debe puntuar este ítem como incorrecto.

8. SUMA Y RESTA (CONCRETA) NO VERBAL (INFORMAL) MATERIALES: 12 monedas y tres Tarjetas de 5x8 pulgadas. PROCEDIMIENTO: Diga: "VAMOS A JUGAR UN JUEGO DE ESCONDIDAS. OBSERVA." Coloque una moneda en una tarjeta (en la hoja del examinador). Luego de 3 segundos cubra la moneda con la segunda Tarjeta (la hoja de cubierta). Ponga la tercera Tarjeta (la hoja del niño) en frente del niño y diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Si el niño no responde, diga: "SACA LA MISMA CANTIDAD DE MONEDAS QUE TENGO YO CUBIERTA CON MI HOJA." Si el niño no responde correctamente, enseñe al niño las 2 monedas en la hoja del examinador y diga: "LA TUYA NO ES IGUAL A LA MIA". Luego intente el ejercicio de prueba nuevamente. Si el niño responde correctamente, diga: "SI, EL TUYO ES IGUAL AL MIO; TU OBTIENES EL PUNTO. PERO SI LO HUBIERAS COLOCADO ASÍ (coloque una tercera moneda a la hoja del niño), O ASÍ (retire dos monedas de la hoja del niño, dejando solo 1), ENTONCES LA TUYA NO HUBIESE SIDO IGUAL A LA MÍA, Y YO HUBIESE OBTENIDO EL PUNTO". Luego presente los siguientes 5 ejercicios, repitiendo cada vez: "HAS LA TUYA IGUAL A LA MIA". Ejercicio a. Coloca 2 monedas en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralas, coloque afuera 1 moneda más (espere 3 segundos), luego deslícela por debajo de la hoja de cubierta también (2+1). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Ejercicio b. Coloque 2 monedas en la hoja del examinador (espere 3 segundos), cúbralas, tome una moneda de debajo de la hoja de cubierta y colóquela junto a la hoja del examinador para que el niño la pueda ver (espere 3 segundos), y retire la moneda (2-1). Diga: "HAZ LA TUYA IGUAL A LA MIA". Complete los siguientes ejercicios de adición y substracción no verbal usando los mismos procedimientos de los ejercicios "a" y "b". (Suspenda la prueba

después de que el niño haga 2 ejercicios incorrectos). Ejercicio c. 1 + 3 Ejercicio d. 4 – 3 Ejercicio e. 2 + 2

9. CONSTANCIA NUMÉRICA (INFORMAL)

MATERIALES: 5 monedas.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A CONTAR UNAS MONEDAS. LUEGO, VOY A MOVER LAS MONEDAS ALREDEDOR. LUEGO, SIN CONTARLAS, TU ME VAS A 103 DECIR CUANTAS MONEDAS HAY.” Para el ejercicio a., saque 3 monedas, póngalas en fila y diga: “OBSERVA MIENTRAS CUENTO ESTAS MONEDAS”. Cuente las monedas.”UNO, DOS, TRES.” Pregunte: “¿CUÁNTAS MONEDAS HAY?” Luego de que el niño responda “Tres”, diga: “OBSERVA, AHORA VOY A HACER UNA FIGURA CON LAS MONEDAS”. Luego de colocar las monedas en forma de triangulo, pregunte: “¿CUÁNTAS MONEDAS HAY? ¿ME PUEDES DECIR SIN CONTAR?” No deje que el niño repita la cuenta. Cubra las monedas si es necesario. Para el ejercicio b., repita el procedimiento con 5 monedas. Luego de que el niño este de acuerdo con que hay 5 monedas, diga: “OBSERVA, AHORA YO VOY A HACER UN CIRCULO CON LAS MONEDAS”. Para el ejercicio c., repita el procedimiento con 4 monedas pero revuelva la fila de monedas para que queden todas juntas sin orden.

10. FORMAR CONJUNTOS: HASTA 5 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Coloque las 10 monedas sobre la mesa y diga: “DAME TRES MONEDAS” (Ejercicio a.). Si el niño lo hace, diga: “BIEN. AHORA DAME 5 MONEDAS” (Ejercicio b.). Si el niño simplemente cuenta todas las monedas en cualquiera de los dos ejercicios, a. o b., diga: “CONTASTE ESAS MONEDAS MUY BIEN. AHORA DAME SOLAMENTE__MONEDAS.

11. MOSTRAR (#) DEDOS HASTA 5 (INFORMAL)

PROCEDMIENTO: Diga: “VAMOS A HACER GIMNASIA CON LOS DEDOS. MUESTRAME 2 DEDOS.” Si el estudiante lo hace bien, diga: “BIEN, LEVANTASTE 2 DEDOS ASÍ”. Continúe con los ejercicios. Si el estudiante usa sus dedos para simbolizar 104 un número, diga: “¿HAY ALGUNA OTRA MANERA EN QUE ME PUEDAS MOSTRAR ESE NÚMERO? SACA__DEDOS”. Detenga la aplicación después de que el estudiante haya fallado dos ejercicios. Ejercicio a. Diga: “LEVANTA 3 DEDOS” Ejercicio b. Diga: “LEVANTA 5 DEDOS” Ejercicio c. Diga: “LEVANTA 4 DEDOS”

12. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: 1 AL 10 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Enseñe las monedas al niño. Diga: “VAMOS A JUGAR AL JUEGO DE CONTAR. CUENTA CONMIGO A MEDIDA QUE SEÑALO CADA MONEDA”. Señale, por turnos, las 3 primeras monedas a medida que cuenta con el niño: “UNO, DOS, TRES”. Luego diga: “AHORA, SIGUES CONTANDO TU”. Continúe señalando cada moneda, pero deje que el niño diga los números de la cuenta por sí solo. Si el niño no cuenta, diga: “CUANDO CONTAMOS DECIMOS, 1, 2, 3, Y LUEGO VIENE…”

13. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: 1 AL 9 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA CONMIGO; 1, 2, 3, 4, ¿Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde, “cinco”, entonces pare el ejercicio. Si el niño responde correctamente, diga: “SUPON QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS AL 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE?” Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: “TRES, Y LUEGO VIENE 4”. Luego continúe con los siguientes ejercicios: Ejercicio a. Diga: “¿9 Y LUEGO VIENE?” Ejercicio b. Diga: “¿5 Y LUEGO VIENE?” Ejercicio c. Diga: “¿7 Y LUEGO VIENE?”

14. LECTURA: NÚMEROS DE UN SOLO DIGITO (FORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A14-a (con el número 2), Tarjeta A14-b (con el número 5), y Tarjeta A14-c (con el número 6).

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta A14-a y diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" Si el niño no responde, anímelo diciendo: "DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE" Continúe con las mismas instrucciones para las Tarjetas A14-b y A14-c.

15. ESCRITURA: NÚMEROS DE UN SOLO DÍGITO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE ALGUNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS AQUÍ, EN ESTA HOJA DE TRABAJO". Señale el espacio A15 en la hoja de trabajo. Diga: "EL PRIMER NÚMERO ES EL 7". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SIGUIENTE NÚMERO ES 3". Después de que el niño haya escrito el número, diga: "EL ÚLTIMO NÚMERO ES 9". Los números escritos al revés- por ejemplo: por 7 se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; los números desaliñados son aceptables.

16. MODELAMIENTO CONCRETO SOBRE PROBLEMAS ORALES DE SUMA: SUMAS HASTA EL 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: "TE VOY A CONTAR ALGUNAS HISTORIAS ACERCA DE UN NIÑO LLAMADO JOSÉ Y SU DINERO. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTAS MONEDAS, O CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN." Si el niño no usa sus dedos o las monedas y responde de manera incorrecta, anímelo diciendo: "USA TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA ENCONTRAR CUANTO SON 5 MONEDAS MÁS 2 MONEDAS MÁS." Luego de exponer cada uno de los problemas presentados en los ejercicios de abajo, ponga cualquiera de las monedas usadas anteriormente en una sola pila. Cada vez, no le diga al niño si la respuesta es correcta o incorrecta. Detenga la prueba luego de que el niño responda incorrectamente dos de los ejercicios. Ejercicio a. Diga: “JOSÉ TIENE 1 MONEDA, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA. Ejercicio b. Diga: “JOSÉ TIENE 4 MONEDAS, Y LE DAN 3 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA. Ejercicio c. Diga: “JOSÉ TIENE 3 MONEDAS, Y LE DAN 2 MÁS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EN TOTAL? SI QUIERES, PUEDES USAR TUS DEDOS O ESTAS MONEDAS PARA QUE TE AYUDEN A ENCONTRAR LA RESPUESTA.

17. CONCEPTO “LA PARTE Y EL TODO” (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR TUS DEDOS, ESTAS MONEDAS, PENSAR EN TU CABEZA, O ADIVINAR PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA”. Ejercicio a. Diga: “ANGIE COMPRÓ UNOS DULCES. SU MADRE LE COMPRÓ 3 DULCES MÁS. AHORA ANGIE TIENE 5 DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES COMPRÓ ANGIE?” Ejercicio b. Diga: “BLANCA TENÍA UNAS MONEDAS. ELLA PERDIÓ 2 MONEDAS JUGANDO. AHORA ELLA TIENE 7 MONEDAS. ¿CUÁNTAS MONEDAS TENÍA BLANCA ANTES DE QUE EMPEZARA A JUGAR?” Ejercicio c. Diga: “ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA, CARLOS TENÍA UNAS BOLITAS DE UÑITA. ÉL GANÓ 4 BOLITAS DE UÑITA MÁS EN EL CONCURSO. AHORA TIENE 7 BOLITAS DE UÑITA. ¿CUÁNTAS BOLITAS DE UÑITA TENÍA CARLOS ANTES DEL CONCURSO DE BOLITAS DE UÑITA? Ejercicio d. Diga: “DIEGO TENÍA UNOS DULCES EN SU LONCHERA. ÉL SE COMIÓ 3 DULCES EN LA HORA DE ALMUERZO. QUEDARON 4

DULCES EN SU LONCHERA. ¿CUÁNTOS DULCES TENÍA DIEGO EN SU LONCHERA ANTES DE QUE SE COMIERA SU ALMUERZO?

18. REPRESENTACIÓN ESCRITA DE CONJUNTOS HASTA 5 (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A18-a (2 perros), Tarjeta A18-b (4 gatos), Tarjeta A18-c (3 leones), tarjeta A18-d (5 tigres), hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UN DIBUJO DE ALGUNOS PERROS" (Muestre al niño la Tarjeta A18-a, de tal forma que el niño pueda verla pero usted no) "YO NO PUEDO VER CUÁNTOS PERROS HAY. USA ESTE PAPEL Y ESTE LÁPIZ (señale el espacio para A18 en la hoja de trabajo) PARA MOSTRARME CUANTOS PERROS HAY". Si el niño dibuja los perros, diga: "¿PUEDES MOSTRARME CUÁNTOS PERROS HAY DE UNA MANERA DIFERENTE A LOS DIBUJOS?" Si el niño responde a la Tarjeta A18-a dibujando garabatos, marcas, círculos, o un número, repita el procedimiento con las Tarjetas A18-b, A18-c y A18-d. Si el niño no puede hacer este ítem, deténgase y siga con el ítem A19.

19. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 1 AL 5 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "IMAGINA QUE TIENES 10 MONEDAS Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE TU ME DIGAS ¿CUÁL ES MÁS, 4 ó 5? (Pausa) ¿2 ó 1? (Pausa) ¿4 O 3? (Pausa) ¿2 ó 3? (Pausa) ¿5 ó 4?"

20. ESCOGER EL NÚMERO MÁS GRANDE: COMPARACIÓN DE NÚMEROS 5 AL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "IMAGINA QUE TIENES 10 MONEDAS Y YO SÓLO TENGO 1. ¿QUIÉN TIENE MÁS? TU TIENES MÁS ¿CIERTO? AHORA QUIERO QUE

TU ME DIGAS ¿CUAL ES MÁS, 7 ó 6? (Pausa) ¿8 ó 9? (Pausa) ¿6 ó 5? (Pausa) ¿8 ó 7? (Pausa) ¿9 ó 10?"

21. CONTEO VERBAL DE UNO EN UNO: HASTA 21 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE AVISO CUANDO PARAR." Si el niño calla, diga: "CUENTA EN VOZ ALTA CONMIGO, ASÍ: 1, 2, 3… AHORA SIGUE TU HASTA LO MÁS ALTO QUE PUEDAS LLEGAR". Si el niño cuenta correctamente, deténgalo en el 42 (ya que esto es relevante para el ítem 31). Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte al niño qué número viene a continuación y apresure al niño a que continúe. Considere que el ítem está completo cuando el niño haga su primer error, o si el niño suspende y afirma que no puede seguir contando más allá.

22. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 40 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VAS A CONTAR DESPUÉS DE MI: 1, 2, 3, 4, ¿Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde, "cinco", entonces pare la prueba. Si el niño responde correctamente, diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: "TRES Y LUEGO VIENE 4" Luego continúe con los siguientes ejercicios: Ejercicio a. Diga: "24 ¿Y LUEGO VIENE?" Ejercicio b. Diga: "33 ¿Y LUEGO VIENE?"

23. ENUMERACIÓN: 6 A 10 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A23-a (con 9 puntos) y A23-b (con 10 puntos). 110

PROCEDIMIENTO: Diga: "CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUANTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE." Si el niño no señala con su dedo, diga: "ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS". Entregue al niño la Tarjeta A23-a y luego, después de que complete la cuenta de la tarjeta, entréguele la Tarjeta A23-b.

24. CUENTA REGRESIVA DESDE EL 10 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 10”.

25. PARTIR EQUITATIVAMENTE: DIVISIÓN IGUAL DE CANTIDADES PEQUEÑAS (INFORMAL)

MATERIALES: 12 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A CONTARTE UNOS PROBLEMAS DE HISTORIAS. PUEDES USAR ESTAS MONEDAS SI TU QUIERES.” Ejercicio a. Diga: “LA MAMÁ DE MÓNICA Y ALEJANDRA HORNEO 12 GALLETAS. SI LAS NIÑAS COMPARTIERAN DE MANERA JUSTA LAS GALLETAS ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NIÑA TIENE LA MISMA CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar. Ejercicio b. Diga: “MÓNICA Y ALEJANDRA PENSARON QUE SERÍA AGRADABLE QUE SU MAMÁ PARTICIPARA DE SU FIESTA DE GALLETAS. SI LAS 12 GALLETAS FUERON REPARTIDAS IGUALMENTE ENTRE MÓNICA, ALEJANDRA Y SU MAMÁ ¿CUÁNTAS GALLETAS RECIBIRÍA CADA UNA?” Si el niño usa una estrategia de división exitosa, pregunte: “¿CADA NIÑA TIENE LA MISMA CANTIDAD?” Si el niño empieza a contar, pregunte: “¿PUEDES DECIRME SIN CONTAR?” Anote si el niño puede responder sin contar.

26. SUMA MENTAL: SUMAS DE 5 HASTA 9 (INFORMAL)

MATERIALES: 10 monedas.

PROCEDIMIENTO: Coloque 2 monedas en su mano izquierda y una moneda en su mano derecha. Diga: "MIRA ESTO. TENGO 2 MONEDAS EN ESTA MANO, Y 1 MONEDA EN ESTA MANO. ¿VES? Ahora cierre sus manos para que el niño no pueda ver las monedas. AHORA JUNTO TODAS LAS MONEDAS. ¿CUÁNTO ES 2 Y 1 POR TODO?" Si el niño responde correctamente, diga: "ES CORRECTO. TENGO 3 MONEDAS POR TODO. PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO, Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO TENGO 3 MONEDAS EN MIS MANOS" Si el niño no responde correctamente, diga: "NO, TENGO 3 POR TODO, PRIMERO TENÍA 2 EN ESTA MANO Y 1 EN ESTA OTRA MANO, ASÍ QUE POR TODO HAY 3 EN MI MANOS". Ponga las monedas de vuelta en la pila y diga: "HAGAMOS OTRO". En los siguientes problemas, use los mismos procedimientos descritos arriba. Ejercicio a. Diga: "TENGO 3 EN ESTA MANO Y 2 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 3 Y 2 POR TODO?" Ejercicio b. Diga: "TENGO 4 EN ESTA MANO Y 3 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 4 Y 3 POR TODO? Ejercicio c. Diga: "TENGO 5 EN ESTA MANO Y 2 EN ESTA OTRA MANO. AHORA LAS PONGO TODAS JUNTAS. ¿CUÁNTO ES 5 Y 2 POR TODO?"

27. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE UN DÍGITO (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A27

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A27, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño responde de manera correcta, diga: "ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden: Ejercicio a. Diga: "AQUÍ

ESTÁ EL 7. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 7, EL 1 Ó EL 9?" Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 6, EL 4 Ó EL 10?" Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 3. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3, EL 5 Ó EL 9?" Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5, EL 1 Ó EL 7?" Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 8. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 8, EL 1 Ó EL 6?" Ejercicio f. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 3. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3, EL 1 Ó EL 6?"

28. PRODUCCIÓN DE CONJUNTOS: HASTA 19 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: 25 monedas

PROCEDIMIENTO: Diga: "AQUÍ HAY UN MONTÓN DE MONEDAS. DAME EXACTAMENTE 19. SÓLO SACA 19".

29. LECTURA DE NÚMEROS: 10 AL 19 (FORMAL) MATERIALES: Tarjeta A29 PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A29, y señalando al 10, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita con el 13 y el 16. Si el niño simplemente lee los números de manera individual ("uno, cero" o "uno, tres"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?"

30. ESCRITURA DE NÚMERO DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: "VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ". Señalando el espacio A30, diga: "EL PRIMER NÚMERO ES 23". Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: "EL SEGUNDO ES 97". Dígitos invertidos (uno o ambos escritos de derecha a izquierda)- por ejemplo, por 97- se consideran como correctos. Si el orden de los números es invertido (los números de un dígito en el lugar de los números decenales, y viceversa)- por ejemplo, ó 32 por 23- no es correcto. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

31. CONTEO DE UNO EN UNO DE MANERA VERBAL: HASTA 42 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI. YO TE DIRE CUANDO PARAR”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA CONMIGO EN VOZ ALTA, ASÍ: 1, 2, 3…AHORA SIGUE CONTANDO TU, TAN LEJOS COMO PUEDAS LLEGAR”. Si el niño cuenta de manera correcta, dígale que pare en el 42. Si el niño deja de contar correctamente antes del 42, pregunte qué número sigue y luego apresure al niño a continuar. Considere el ítem como finalizado cuando el niño cometa su primer error o cuando el niño se detenga porque sostiene que no se considera capaz de seguir contando.

32. CONTANDO DEL SUMANDO MAYOR (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA EL MONSTRUO COME GALLETAS. PUEDES ENCONTRAR LAS RESPUESTAS A ESTAS HISTORIAS DE CUALQUIER MANERA QUE QUIERAS”. Presente al niño el ejercicio de práctica diciendo: “LA MAMÁ DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIO 4 GALLETAS, DESPUES EL MONSTRUO COME GALLETAS TOMO 1 GALLETA MÁS DEL FRASCO DE GALLETAS. ¿CUÁNTO SON 4 GALLETAS Y 1 GALLETA MÁS POR TODO?” Luego presente los siguientes tres ejercicios: Ejercicio a. Diga: “LA NIÑERA DEL MONSTRUO COME GALLETAS LE DIÓ 2 GALLETAS. CUANDO EL MONSTRUO COME GALLETAS LE PIDIÓ MÁS GALLETAS, ELLA LE DIO 7 GALLETAS MÁS. ¿CUÁNTO SON 2 GALLETAS Y 7 GALLETAS MÁS POR TODO?” Ejercicio b. Diga: “EL MONSTRUO COME GALLETAS TENIA 4 GALLETAS EN SU LONCHERA. COMO TENÍA MUCHA HAMBRE, COMPRÓ 8 GALLETAS MÁS EN LA CAFETERÍA. ¿CUÁNTO SON 4 GALLETAS Y 8 GALLETAS MÁS POR TODO?” Ejercicio c. Diga: “A LA HORA DE DORMIR, EL MONSTRUO COME GALLETAS SE COMIÓ 3 GALLETAS QUE SU MAMÁ LE DIO, Y 9 MÁS QUE HABÍA ESCONDIDO

DEBAJO DE SU CAMA. ¿CUÁNTO SON 3 GALLETAS Y 9 GALLETAS MÁS POR TODO?" 33. CONTEO POR DECENAS: HASTA 90 (INFORMAL) PROCEDIMIENTO: Diga: "CUENTA DE DIEZ EN DIEZ, ASÍ: 10, 20, 30…AHORA SIGUE TU".

34. CONMUTATIVIDAD SIMBÓLICA ADITIVA (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz

PROCEDIMIENTO: Diga: "TU PROFESOR TIENE QUE CALIFICAR UN EXÁMEN DE MATEMÁTICA Y TE PIDE QUE LO AYUDES. EL EXÁMEN SE TRATABA DE LEER UN PROBLEMA ESCRITO Y ESCRIBIR UNA FRASE DE NÚMEROS PARA EL PROBLEMA ESCRITO. TIENES QUE DECIDIR SI CADA FRASE DE NÚMEROS ES CORRECTA PARA EL PROBLEMA ESCRITO." Ejercicio a. Trata de un problema de adición de la parte y el todo/faltante- todo. Diga: "EL PRIMER PROBLEMA ESCRITO ES: SERGIO TENÍA 9 MONEDAS EN UNA MANO, Y 7 MONEDAS EN SU OTRA MANO. ¿CUÁNTAS MONEDAS TIENE EL EN TOTAL EN SUS DOS MANOS? ¿QUÉ FRASES DE NÚMEROS AQUÍ (Señale al ejercicio "a" en la casilla A34) SON CORRECTAS Y QUÉ FRASES DE NÚMEROS SON INCORRECTAS PARA ESTE PROBLEMA ESCRITO? HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 9 + 7 (correcto, representación directa), 7 + 9 (correcta, representación conmutada), 10 + 6 (la misma sumatoria pero incorrecta), 9 + 9 (incorrecta), 9 – 7 (incorrecta). Ejercicio b. Trata de un problema escrito de cambio- quitar-remover/substracción. Diga: "EL SEGUNDO PROBLEMA ESCRITO ES: CARLOS TENÍA 8 DULCES. EL SE COMIÓ 5 DE ESOS DULCES. ¿CUÁNTOS DULCES LE QUEDABAN A CARLOS? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "b" en la casilla A34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTA, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones (en la hoja de trabajo) son: 8 – 5 (correcto), 5 – 8 (incorrecto, conmutada), 6 – 3 (incorrecta), 8 – 4 (incorrecta), 8 + 5 (incorrecta). Ejercicio c. Trata de un problema escrito de cambio-suma a/adición. Diga: "EL TERCER PROBLEMA ESCRITO ES: BENJÍ TENÍA $7 Y SE GANÓ $6 MÁS, AYUDANDO A SUS VECINOS. ¿CUÁNTOS PESOS TIENE BENJÍ AHORA? POR CADA FRASE DE NÚMEROS (Señale al ejercicio "c" en la casilla A34), HAZ UN CÍRCULO EN CUALQUIER FRASE DE NÚMEROS CORRECTO, Y UNA CRUZ A CUALQUIERA QUE SEA INCORRECTA". Las opciones son: 7 + 6 (correcto, representación directa), 6 + 7 (correcto, conmutado), 10 + 3 (incorrecto), 7 + 7 (incorrecto), 7 – 6 (incorrecto).

35. LECTURA DE NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A35

PROCEDIMIENTO: Enseñe al niño la Tarjeta A35, y señalando al 28, diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" O, si es necesario: "LEE ESTE NÚMERO PARA MI". Luego repita este procedimiento con el 47 y el 90. Si el niño simplemente lee cada dígito de manera individual (Ej., "dos, ocho" ó "nueve, cero"), diga: "¿DE QUÉ OTRA MANERA PODEMOS NOMBRAR ESTE NÚMERO?

36. NÚMERO QUE VIENE DESPUÉS: DECENAS (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO VIENE DESPUÉS? ¿3 Y LUEGO VIENE?" Si el niño no responde o responde de manera incorrecta, diga: "TRES, Y LUEGO VIENE EL 4". Para todos los niños, luego continué con los siguientes ejercicios: Ejercicio a. Diga: "29 ¿Y LUEGO VIENE?" Ejercicio b. Diga: "49 ¿Y LUEGO VIENE?"

37. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A37

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A37, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño parece confundido, diga: "¿EL 5 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6 Ó EL 9 ESTÁ MÁS CERCA DEL 6?" Si el niño responde correctamente, diga: "ASÍ ES, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA, SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. 118 SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden: Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 32. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 32, EL 24 Ó EL 61?" Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 84. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 84, EL 51 Ó EL 96?" Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 48. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 48, EL 24 Ó EL 53?" Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 65. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 65, EL 49 Ó EL 99?" Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 71. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 71, EL 49 Ó EL 84?" Ejercicio f. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 53. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 53, EL 22 Ó EL 67?"

38. ENUMERACIÓN: 11 A 20 ÍTEMS (INFORMAL)

MATERIALES: Tarjetas A38-a y A38-b

PROCEDIMIENTO: Entregue al niño la Tarjeta A38-a. Diga: "CUENTA ESTOS PUNTOS CON TU DEDO Y DIME CUANTOS HAY. HAZLO CUIDADOSAMENTE." Si el niño no señala con su dedo, diga: "ASEGURATE DE TOCAR CADA PUNTO A MEDIDA QUE LOS CUENTAS". Después de que complete la cuenta de la Tarjeta A38-a, entréguele la Tarjeta A38-b y siga el mismo procedimiento.

39. CONTAR DESPUÉS DE: NÚMEROS DE DOS DÍGITOS HASTA 90 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO, 1, 2, 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?" Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: “TRES Y LUEGO VIENE 4” Para todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios: Ejercicio a. Diga: “69 ¿Y LUEGO VIENE?” Ejercicio b. Diga: “89 ¿Y LUEGO VIENE?”

40. CONTEO VERBAL REGRESIVO DESDE EL 20 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA QUISIERA QUE CONTARAS HACIA ATRÁS, COMO CUANDO VA A DESPEGAR UN COHETE. POR EJEMPLO, 3, 2, 1, DESPEGUE. AHORA TU CUENTAS HACIA ATRÁS, DESDE EL 20”.

41. HECHOS DE SUBSTRACCIÓN: N – N Y N – 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A41

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A41, casilla de práctica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 2?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 4 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. 120 Luego señale el ejercicio “c” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 7 LE QUITAS 7?” Tape la Tarjeta. Por último señale el ejercicio “d” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 9 LE QUITAS 1?” Tape la tarjeta.

42. CONTEO DE DIEZ EN DIEZ DE MANERA VERBAL: 100 HASTA 190 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “ME GUSTARÍA QUE CONTARAS EN VOZ ALTA PARA MI DE 10 EN 10, EMPEZANDO POR 100”. Si el niño guarda silencio, diga: “CUENTA DE 10 EN 10, ASÍ: 100, 110, 120…AHORA SIGUE CONTANDO TU”.

43. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS HASTA 9 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A43

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A43, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 3 Y 4 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 6 Y 3 POR TODO?” Tape la Tarjeta.

44. LECTURA DE NÚMEROS: NÚMEROS DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIALES: Tarjeta A44

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A44, y señalando al 105, diga: “¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?” O, si es necesario “LEE ESTE NÚMERO PARA MI”. Luego repita 121 con el 162 y el 280. Si el niño simplemente lee los números de manera individual (“uno, cero, cinco” o “uno, seis, dos”), diga: “¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?”

45. ESCRITURA DE NÚMERO DE TRES DÍGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Diga: “VOY A DECIRTE UNOS NÚMEROS Y ME GUSTARÍA QUE LOS ESCRIBIERAS EN ESTA HOJA AQUÍ”. Señalando el espacio A45 en la hoja, diga: “EL PRIMER NÚMERO ES 102”. Haga una pausa para que el niño escriba. Luego diga: “EL SEGUNDO NÚMERO ES 290”. Dígitos invertidos- por ejemplo, 201 o por 102 - se consideran como correctos. La caligrafía no se tiene en consideración; números desaliñados son aceptables.

46. HECHOS DE ADICIÓN: SUMAS DE 10 Y DOBLES PEQUEÑOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A46

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. “¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 6 Y 4 POR TODO?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 3 Y 3 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio 122 “c” y diga: “¿CUÁNTO ES 7 Y 3 POR TODO?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio “d” y diga: “¿CUÁNTO ES 4 Y 4 POR TODO?” Tape la Tarjeta.

47. DECENAS EN UNA CENTENA (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A47

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A47 y diga: “EN EL DIBUJO HAY UN BILLETE DE $100. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 HAY EN UN BILLETE DE $100?” Si el niño parece no entender, diga: “SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $100 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $10 TE DARÍAN?”

48. CONTAR DESPUÉS DE: TERMINOS DE CIEN (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “SUPONGAMOS QUE ESTAMOS CONTANDO Y LLEGAMOS A 3. ¿QUÉ NÚMERO SIGUE; 3 Y LUEGO VIENE…?” Si el niño no responde o responde incorrectamente, diga: “TRES Y LUEGO VIENE 4” Con todos los niños, continúe con los siguientes ejercicios: Ejercicio a. Diga: “148, 149 ¿Y LUEGO VIENE?” Ejercicio b. Diga: “178, 179 ¿Y LUEGO VIENE?”

49. SUMA ESCRITA DE DOS DIGITOS SIN LLEVAR (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y un lápiz.

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la casilla A49 en la hoja de trabajo. Diga: "HAZ ESTOS PROBLEMAS DE MATEMATICAS".

50. HECHOS DE RESTAS: M – N = N (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A50

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE "QUITAR". DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A50, casilla de práctica, 2 – 1. "¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 8 LE QUITAS 4?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO DA SI A 12 LE QUITAS 6?" Tape la Tarjeta.

51. HECHOS DE ADICIÓN: DOBLES GRANDES (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A51

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 8 Y 8 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 7 Y 7 POR TODO?" Tape la Tarjeta.

52. SUMA/RESTA MENTAL: +/- 10 DECADA (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “TE VOY A CONTAR UNAS HISTORIAS ACERCA DE JOSE Y SU VIDEO JUEGO. POR CADA HISTORIA, DIME TAN RÁPIDO COMO PUEDAS, CUÁNTOS PUNTOS ANOTO JOSE”. 124 Ejercicio a. Diga: “EN UN JUEGO DE VIDEO, JOSÉ TENIA 60 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?” Ejercicio b. Diga:” EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 40 PUNTOS Y ANOTO 10 MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?” Ejercicio c. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 30 PUNTOS Y LUEGO PERDIO 10 PUNTO. CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?” Ejercicio d. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSÉ TENIA 80 PUNTOS Y ANOTO 10 PUNTOS MÁS. CUÁNTOS PUNTOS TIENE POR TODO AHORA?” Ejercicio e. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSÉ TENIA 70 PUNTOS Y PERDIO 10 PUNTOS. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?” Ejercicio f. Diga: “EN UN VIDEO JUEGO, JOSE TENIA 90 PUNTOS Y PERDIO 10. ¿CUÁNTOS PUNTOS LE QUEDAN AHORA?” 53. CENTENAS EN UN MIL (FORMAL) MATERIAL: Tarjeta A53 PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A53 y diga: “EN ESTE DIBUJO HAY UN BILLETE DE $1000. ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 HAY EN UN BILLETE DE $1000?” Si el niño parece no entender, diga: “SI TU CAMBIAS EL BILLETE DE $1000 EN EL BANCO ¿CUÁNTOS BILLETES DE $100 TE DARÍAN?”

54. HECHOS DE MULTIPLICACIÓN: N x 0 Y N x 1 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A54 125

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN. DIME RAPIDAMENTE CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ HAY UN PROBLEMA DE PRACTICA. Muestre al niño la Tarjeta A54, casilla de práctica, 2 x 1. “¿CUÁNTO ES 2 VECES 2? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 VECES 2?” Tape la Tarjeta.

Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 5 VECES 0?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 3 VECES 1?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio “c” y diga: “¿CUÁNTO ES 8 VECES 0?” Tape la Tarjeta. Luego señale el ejercicio “d” y diga: “¿CUÁNTO ES 6 VECES 1?”

55. PROCEDIMIENTO DE SUBSTRACCION: ALINEACIÓN EN COLUMNAS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A55

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A55, la casilla de práctica. Diga: “A FRANK LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA RESTA 86 MENOS 4. PODRIAS DECIRME SI ELLA ALINEO LOS NÚMEROS DE LA MANERA CORRECTA?” Use las mismas instrucciones para: Ejercicio a. “98 MENOS 7” Ejercicio b. “70 MENOS 5” Ejercicio c. “356 MENOS 24” Ejercicio d. “468 MENOS 32” 126 56. HECHOS DE SUBSTRACCIÓN: 10 – N (FORMAL) MATERIAL: Tarjeta A56 PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE “QUITAR”. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A50, casilla de práctica, 2 – 1. “¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA SI A 2 LE QUITAS 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 3?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO DA SI A 10 LE QUITAS 6?” Tape la Tarjeta.

57. SUMANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AQUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE SUMAR DINERO. VAMOS A SUPONER QUE TU TIENES ALGÚN DINERO Y YO TE DOY UN

POCO MÁS" Presente los siguientes ejercicios en orden: Ejercicio a. Diga: "SI TU TIENES $9 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?" Ejercicio b. Diga: "SI TU TIENES $6 Y YO TE DOY DOS BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?" Ejercicio c. Diga: "SI TU TIENES $4 Y YO TE DOY TRES BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?" 127 Ejercicio d. Diga: "SI TU TIENES $2 Y YO TE DOY DIEZ BILLETES DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?" Ejercicio e. Diga: "SI TU TIENES $23 Y YO TE DOY UN BILLETE DE $10. CUÁNTO DINERO TIENES POR TODO?"

58. LINEA NUMÉRICA MENTAL: NÚMEROS DE TRES Y CUATRO DÍGITOS (INFORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A58

PROCEDIMIENTO: Enseñe la Tarjeta A58, y señalando a la casilla de práctica, diga: "HAGAMOS LO SIGUIENTE. AQUÍ ESTÁ EL 6. ¿QUÉ ESTA MÁS CERCA DEL 6, EL 5 O EL 9?" Si el niño responde de manera correcta, diga: "ES CORRECTO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTÁ A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Si el niño responde incorrectamente, diga: "NO, EL 5 ESTÁ MÁS CERCA. SOLO ESTA A 1 ESPACIO DEL 6; EL 9 ESTÁ A 3 ESPACIOS DEL 6". Después de este ejercicio de práctica, continúe con los ejercicios a continuación, en este orden: Ejercicio a. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 200. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 200, EL 99 ó EL 400?" Ejercicio b. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5000, EL 1000 ó EL 8000?" Ejercicio c. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 700. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 700, EL 300 ó EL 900?" 128 Ejercicio d. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 5000. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 5000, EL 2000 Ó EL 9000?" Ejercicio e. Diga: "AQUÍ ESTÁ EL 3500. ¿QUÉ ESTÁ MÁS CERCA DEL 3500, EL 2000 Ó EL 7000?"

59. PROCEDIMIENTO DE ADICIÓN ESCRITA: ALINEAMIENTO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A59

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A59, señale a la casilla de práctica, y diga: "A ANDY LE DIJERON QUE ESCRIBIERA LA SUMA 34 MÁS 5. ALINEO LA SUMA CORRECTAMENTE?" La respuesta es "incorrecta". A continuación, utilice las mismas instrucciones para los siguientes ejercicios: Ejercicio a. "53 MÁS 4" Ejercicio b. "156 MÁS 43" Ejercicio c. "234 MÁS 61" Ejercicio d. "342 MÁS 51"

60. LECTURA DE NÚMEROS: NÚMEROS DE CUATRO DIGITOS (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A60

PROCEDIMIENTO: Enséñele al niño la Tarjeta A60 y señalando al 1002 diga: "¿QUÉ NÚMERO ES ESTE?" Si el niño no responde, anímelo diciendo: "DIME QUÉ NÚMERO ES ESTE" Luego repita con 4073, y por último con 2301. SI el niño simplemente lee los 129 dígitos de manera individual ("uno, cero, cero, dos" o "dos, tres, cero, uno"), diga: "¿DE QUÉ OTRA FORMA PODEMOS LLAMAR ESTE NÚMERO?" 61. HECHOS DE ADICION: SUMAS 10 AL 19 (FORMAL) MATERIAL: Tarjeta A61 PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE SUMA. DIME RAPIDAMENTE, CUAL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR". Muestre al niño la Tarjeta A46, casilla de práctica, 2 + 2. "¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO ES 2 Y 2 POR TODO?" Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio "a" y diga: "AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 8 Y 5 POR TODO?" Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio "b" y diga: "¿CUÁNTO ES 9 Y 7 POR TODO?"

62. SUMAS ESCRITAS: ADENDOS DE DOS DIGITOS Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A62 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ”

63. PROCEDIMIENTO DE ADICIÓN ESCRITA: ADENDOS DE TRES DIGITOS Y LLEVANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A63 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTOS PROBLEMAS DE SUMAS AQUÍ. MUESTRA TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME TODO LO QUE HACES PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA”

64. RESTANDO MULTIPLOS DE 10 (FORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AQUÍ HAY UNAS PREGUNTAS ACERCA DE RESTAR DINERO. SUPONGAMOS QUE TU TIENES DINERO Y YO TE QUITO UN POCO” Ejercicio a. Diga: “SI TU TIENES $18 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?” Ejercicio b. Diga: “SI TU TIENES $35 Y YO TE QUITO DOS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?” Ejercicio c. Diga: “SI TU TIENES $42 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUANTO TIENES EN TOTAL?” Ejercicio d. Diga: “SI TU TIENES $67 Y YO TE QUITO SEIS BILLETES DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?” Ejercicio e. Diga: “SI TU TIENES $113 Y YO TE QUITO UN BILLETE DE $10. ¿CUÁNTO TIENES EN TOTAL?”

65. RESTA MENTAL: 10 AL 19 MENOS NÚMEROS DE UN SOLO DIGITO (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES OCHO MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE

CUALQUIER MANERA." Ejercicio a. Diga: "SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 8 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?" Ejercicio b. Diga: "SI TIENES 18 MANZANAS Y TE QUITAN 6 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?" Ejercicio c. Diga: "SI TIENES 16 MANZANAS Y TE QUITAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?"

66. MAYOR Y MENOR DIGITO (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A66, hoja de trabajo (formato A)

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la Tarjeta A66 y diga: "AQUÍ HAY ALGUNOS NÚMEROS ESCRITOS. EL 3 ES UN NÚMERO DE UN DIGITO PORQUE CUANDO LO ESCRIBES SOLO NECESITAS DE UN NÚMERO. 24 ES UN NÚMERO DE DOS DIGITOS PORQUE AL ESCRIBIRLO NECESITAMOS DOS NÚMEROS. EL 578 ES UN NÚMERO DE TRES DIGITOS PORQUE CUANDO LO ESCRIBES NECESITAS TRES NÚMEROS". Retire la Tarjeta y señale la casilla de trabajo A66 en la hoja de trabajo. Diga: "ESCRIBE LAS RESPUESTAS A MIS PREGUNTAS EN ESTOS ESPACIOS". Ejercicio a. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS PEQUEÑO? Ejercicio b. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE UN SOLO DIGITO MÁS GRANDE? 132 Ejercicio c. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS PEQUEÑO? Ejercicio d. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE DOS DIGITOS MÁS GRANDE? Ejercicio e. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS PEQUEÑO? Ejercicio f. Diga: ¿CUÁL ES EL NÚMERO DE TRES DIGITOS MÁS GRANDES?

67. SUMA MENTAL: NÚMEROS DEL 10 AL 19 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: "AHORA VOY A DARTE ALGUNAS SUMAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 5 MANZANAS Y TE DAN 5 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TIENES POR TODO? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER

MANERA.” Ejercicio a. Diga: ¿CUÁNTO SON 20 MANZANAS Y 15 MANZANAS POR TODO?” Ejercicio b. Diga: ¿CUÁNTO SON 14 MANZANAS Y 13 MANZANAS POR TODO?” Ejercicio c. Diga: ¿CUÁNTO SON 16 MANZANAS Y 12 MANZANAS POR TODO?”

68. CONTEO VERBAL DE 4 EN 4 HASTA 24 (INFORMAL)

PROCEDIMIENTO: Diga: “CUENTA DE 4 EN 4 PARA MI”. Si el niño no responde, anímelo diciendo: “CUENTA DE 4 EN 4, ASI: 4, 8, 12…AHORA SIGUE TU”.

69. RESTA ESCRITA: DOS DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla 69 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTOS PROBLEMAS QUE ESTAN AQUÍ”.

70. HECHOS DE MULTIPLICACIÓN: N x 2 (FORMAL)

MATERIAL: Tarjeta A70

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A MOSTRARTE UNOS PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN. DIME RAPIDAMENTE, CUÁL PIENSAS QUE ES LA RESPUESTA. AQUÍ TENGO UN PROBLEMA PARA PRACTICAR”. Muestre al niño la Tarjeta A70, casilla de práctica, 2 x 1. “¿CUÁNTO DA 2 VECES 1? SÓLO DIME LO QUE SE TE VIENE A LA CABEZA CUANDO YO DIGO ¿CUÁNTO DA 2 VECES 1?” Tape la Tarjeta. Luego de que el niño haya respondido, señale el ejercicio “a” y diga: “AHORA HAZ ESTE. ¿CUÁNTO ES 3 VECES 2?” Tape la tarjeta. Luego señale el ejercicio “b” y diga: “¿CUÁNTO ES 8 VECES 2?”

71. PROCEDIMIENTO DE RESTA: TRES DIGITOS Y PRESTANDO (FORMAL)

MATERIAL: Hoja de trabajo (formato A) y lápiz.

PROCEDIMIENTO: Muéstrele al niño la casilla A71 en la hoja de trabajo. Diga: “HAZ ESTAS RESTAS AQUÍ. MUESTRAME TODO TU TRABAJO EN LA HOJA Y DIME QUE VAS HACIENDO. EXPLICAME CADA COSA QUE HACES PARA RESOLVER EL PROBLEMA.

72. SUBSTRACCIÓN MENTAL: MULTIDIGITOS

PROCEDIMIENTO: Diga: “AHORA VOY A DARTE ALGUNAS RESTAS PARA QUE RESUELVAS EN TU CABEZA, COMO ESTA: SI TIENES 8 MANZANAS Y TE QUITAN 4 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN? INTENTA OBTENER SIEMPRE LA RESPUESTA CORRECTA. PUEDES HACERLO DE CUALQUIER MANERA.” Ejercicio a. Diga: “SI TIENES 19 MANZANAS Y TE QUITAN 14 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?” Ejercicio b. Diga: “SI TIENES 17 MANZANAS Y TE QUITAN 11 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?” Ejercicio c. Diga: “SI TIENES 21 MANZANAS Y TE QUITAN 14 MANZANAS. ¿CUÁNTAS MANZANAS TE QUEDAN?”

Anexo 2. Formato de observación práctica docente

FORMATO de OBSERVACION PRÁCTICA DOCENTE

INSTRUCCIONES: Para cada momento de la clase se califica la presencia o la ausencia de la conducta del docente y/o estudiante para lo cual se califica

4: SIEMPRE SE PRESENTA 3: MUCHAS VECES SE PRESENTA 2:POCAS VECES SE PRESENTA 1: NUNCA SE PRESENTA 99:NOSE APLICA

	CRITERIO	1	2				
		I	D	C	I	D	C
CA	**I. CLIMA DEL AULA :El clima de la clase es positivo, libre de riesgos y muestra una relación afectiva y de protección entre el profesor y los estudiantes, mediante alguna de las siguientes conductas:**						
CA1	Saluda a los estudiantes						
CA2	El tono de voz del docente mantiene la armonía de la clase.						
CA3	Escucha y atiende las manifestaciones de comprensión de los estudiantes						
CA4	Pregunta a sus estudiantes sus pensamientos y opiniones						
CA5	Acepta las opiniones y pensamientos de los estudiantes.						
CA6	Usa un lenguaje apropiado para la edad						
CA7	Usa un lenguaje apropiado para el contexto de la clase.						
CA8	Llama a los estudiantes por su nombre						
CA9	La comunicación verbal es congruente con su gesto.						
CA10	Sonríe a los estudiantes.						
CA11	Si necesita , llama la atención a los estudiantes en una forma tal que muestra equilibrio entre la autoridad y cuidado.						
CA12	La normatividad de las reglas y los procedimientos son evidentes y conducentes a un ambiente armónico.						
CA13	Los estudiantes están enfocados en su trabajo.						
CA14	La clase está limpia, organizada, con muebles y materiales adecuados para la edad.						
PC	**II. EL PROFESOR CONSTRUCTIVISTA :**El docente facilita la construcción del conocimiento mediante la siguiente conducta:						
PC1	Acepta e impulsa la iniciativa y empodera al estudiante dándole autonomía						
PC2	Usa terminología cognitiva tales como “clasificar”, “analizar”, “predecir”, y “crear”.						
PC3	Usa datos de primera mano y recursos primarios al igual que materiales físicos e interactivos.						
PC4	Implementa el desarrollo congnitivo en las actividades asignadas.						
PC5	Permite que las respuestas de los estudiantes guíen las lecciones, modifiquen las estrategias de instrucción, y alteren su contenido.						

PC6	Hace preguntas respecto a la comprensión de los conceptos de los estudiantes antes de compartir sus propios entendimientos de esos conceptos						
PC7	Anima a sus estudiantes a participar en diálogos ya sea con el docente o con sus compañeros de clase						
PC8	Anima a sus estudiantes a que realicen preguntas abiertas y bien elaboradas, así mismo los motiva a que se autocuestionen.						
PC9	Busca que los estudiantes elaboren las respuestas iniciales						
PC10	Da un compás de espera luego de plantear una pregunta.						
PC11	Utiliza estrategias diferenciadas en el aula de clase.						
CUR	**III. CURRICULO – CONTENIDO- CONCEPTOS**: Se observará si el docente facilita o muestra evidencia de algunas de las siguientes conductas. (Desde el punto de vista pedagógico y matemático)						
CUR1	**OBJETIVOS/ METAS DE COMPRENSION DE LA CLASE REFLEJAN QUE:**						
CUR1.1	El objetivo de la clase es evidente.						
CUR1.2	La clase tiene una pregunta y/o una meta de comprensión evidente.						
CUR1.3	Es evidente que el objetivo de la clase/meta de comprensión es relevante a la comprensión del concepto matemático.						
CUR2	**EL DOCENTE UTILIZA O FACILITA EL USO DE ALGUNA DE LAS SIGUIENTES MODALIDADES DE LA REPRESENTACION DEL CONCEPTO**						
CUR2.1	Visual						
CUR2.2	Auditiva						
CUR2.3	Kinestésica						
CUR2.4	Espontánea-informal-concreta						
CUR2.5	Formal abstracto.						
CUR2.6	Otros						
CUR3	**EL DOCENTE IMPLEMENTA ALGUNAS DE LAS SIGUIENTES ESTRATEGIAS MOTIVACIONALES:**						
CUR3.1	Contribuyen a la comprensión de los conceptos/estrategias matemáticos.						
CUR3.2	El contexto se relaciona con un contexto familiar, para contribuir a la comprensión de los conceptos/estrategias matemáticos.						
CUR3.3	El contexto se relaciona con las necesidades de los estudiantes, para contribuir a la comprensión de los conceptos/estrategias matemáticos.						
CUR3.4	El contexto se relaciona con los intereses de los estudiantes.						
CUR3.5	Incrementa y/o mantiene la motivación en los estudiantes.						
CUR3.6	Otros						
CUR4	**EL DOCENTE FACILITA EL CONCEPTO Y**						

	PROCEDIMIENTOS MATEMATICOS DE ALGUNA DE LAS SIGUIENTES FORMAS:						
CUR4.1	Las actividades facilitan la adquisición del concepto matemático						
CUR4.2	Las actividades/problemas reflejan de manera precisa el concepto/procedimiento matemático enseñado.						
CUR4.3	El concepto matemático está manejado apropiadamente para la edad del estudiante.						
IE	**IV. INSTRUCCIÓN Y/O EVALUACION**						
IE1	**ACTIVACION DEL CONOCIMIENTO PREVIO:**						
IE1.1	Activa el conocimiento previo, con /sin utilización de un contexto(escenario).						
IE1.2	Integra el conocimiento previo de los conceptos/ estrategias matemáticos al nuevo contenido utilizando un contexto.						
IE2	**PROCESOS /DESTREZAS DE PENSAMIENTO UTILIZADOS EN TAL FORMA QUE PROMUEVEN LA COMPRENSION:**						
IE2.1	**Si es posible, facilita el uso espontáneo de los siguientes procesos de pensamiento: (independientes de la resolución de problemas) para facilitar la comprensión del estudiante.**						
IE2.1.1	Metacognición (Reflexión): promueve al estudiante a que piense o analice acerca de su aprendizaje.						
IE2.1.2	Metacognición (Regulación): promueve al estudiante a que que regule, es decir, que clarifique, revise, corrija y se pregunte a partir de lo reflexionado en el problema.						
IE2.1.3	Memoria: promueve el uso de la memoria en la adquisición de los nuevos conceptos/procesos.						
IE2.1.4	Análisis: facilita que el estudiante divida , simplifque y seleccione el tipo de operación aritmética a utilizar, en las situaciones presentadas y los conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.5	Síntesis: promueve el resumen de los conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.6	Comparación: utiliza estrategias que promuevan analizar las similitudes y diferencias de situaciones presentadas y conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.7	Sacando conclusiones: utiliza estrategias que promuevan deducir algo de las situaciones presentadas y conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.8	Crítico: utiliza estrategias que promueven el comparar, contrastar, juzgar, evaluar y analizar situaciones con los conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.9	Creativo: utiliza estrategias que promuevan descubrir, inventar, imaginar, suponer utilizando los conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.1.1	Práctico: utiliza estrategias que promuevan el usar,						

0	aprovechar, aplicar los conceptos enseñados en el aula de clase.						
IE2.2	**Procesos de Resolución de problemas dentro del evento de solución de problemas: Si el docente facilita los siguientes procesos de pensamiento al hacer uso de la resolución de problemas.**						
IE2.2.1	Si presenta y/o crea, o los estudiantes presentan o crean un problema, es de una de las siguientes clases: Analítico, Creativo, Práctico.						
IE2.2.2	Si un problema se presenta, es relevante a la comprensión del concepto matemático.						
IE2.2.3	**Explora**, si el docente promueve la integración de la activación del conocimiento previo en torno a los contenidos, problemas similares y estrategias de solución de los mismos cuando utiliza la resolución de problema.						
IE2.2.4	**Comprende**, determina si el docente promueve la comprensión del problema, a partir de la identificación de los datos y de la pregunta.						
IE2.2.5	**Analiza**, si el docente promueve que el estudiante examine los elementos del problema, lo divida en sus partes, simplifique el problema o seleccione el tipo de operación a utilizar.						
IE2.2.6	**Planea**, si el docente promueve que el estudiante identifique anticipadamente como resolver el problema.						
IE2.2.7	**Monitorea localmente**, si el docente promueve actividades que lleven al estudiante a reflexionar y regular las actividades o problemas que está realizando.						
IE2.2.8	**Implementa**, si el docente promueve que el estudiante resuelva el problema de forma independiente y de acuerdo a las estrategias planteadas.						
IE2.2.9	**Monitorea Globalmente- Evalua**, si el docente promueve que el estudiante reflexione acerca de las actividades o problemas y la manera como lo resolvió, implementando la autoregulación y autoevaluación al finalizar la resolución del problema, así como el uso de la estrategia remedial si es necesario.						
IE3	**ESTRATEGIAS DE INSTRUCCIÓN Y EVALUACION USADAS DE TAL FORMA QUE PROMUEVEN LA COMPRENSION: Si el docente promueve el aprendizaje mediado a través del andamiaje, entonces presenta alguna de las siguientes conductas:**						
IE3.1	**Andamiaje dando asistencia**						
IE3.1.1	Dividir el proceso/problema por pasos						
IE3.1.2	Seleccionar objetivos específicos						
IE3.1.3	Monitoreo						
IE3.1.4	Otros						
IE3.2	**Andamiaje facilita el Aprendizaje Activo:**						

IE3.2.1	Andamiaje facilita el conflicto cognitivo						
IE3.2.2	Andamiaje facilita el pensamiento práctico, crítico y creativo.						
IE3.2.3	Andamiaje facilita la Metacognición						
IE3.2.4	Andamiaje facilita la Enseñanza Recíproca.						
IE3.3	**Uso de preguntas:**						
IE3.3.1	· Abiertas						
IE3.3.2	· Cerradas						
IE3.3.3	· Balance entre las preguntas abiertas y las preguntas cerradas.						
IE3.3.4	· Dar claves, pruebas, señales.						
IE3.3.5	· Parafrasear						
IE3.3.6	· Facilitar la reflexión-metacognitiva						
IE3.3.7	· Facilitar el monitoreo o chequeo.						
IE3.3.8	· Declarativas-que-hechos, contenidos						
IE3.3.9	· Procedimental- como						
IE3.3.10	· Conceptual- Comprensión						
IE4	**OTRAS ESTRATEGIAS DE INSTRUCCIÓN**						
IE4.1	Instucción directa (Diciendo)						
IE4.2	Modelando						
IE4.3	Dando explicaciones						
IE4.4	Monitorea (progreso del estudiante)						
IE4.5	Regula la comprensión del estudiante: varía las estrategias de acuerdo a las diferencias de los estudiantes.						
IE4.6	Elaboración: (da detalles, expande en lo que el estudiante dice)						
IE5	**RETROALIMENTACIÓN**						
IE5.1	Reconocimiento de respuesta del estudiante						
IE5.2	Correctiva						
IE5.3	Práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo)						
IE5.4	Práctica guiada						
IE5.5	Práctica independiente						
IE5.6	Facilita la evaluación por compañeros						
IE6	**TRANSFERENCIA:** Si el docente promueve la transferencia de conocimiento o generalizaciones y hay evidencia de la comprensión del concepto.						
IE6.1	Transferencia (conexiones-generalizaciones)						
CC	**CIERRE DE LA CLASE**						
CC1	**El docente realiza el cierre de la clase**						
CC2	**El docente facilita que los estudiantes realicen el cierre de la clase.**						
MR	**V. MATERIALES y RECURSOS: Se evidencia que los materiales y recursos son utilizados en tal forma que promuevan la comprensión.**						
MR1	En el aula de la clase se observa el uso de materiales concretos.						

MR2	En el aula de la clase se observa el uso de herramientas tecnológicas.						
MR3	En el aula de la clase se observa el uso de una variedad de recursos.						

Anexo 3. Formato de observación práctica docente: categoría instrucción y evaluación

	FORMATO DE OBSERVACIÓN PRÁCTICA DOCENTE 4: SIEMPRE SE PRESENTA 3: MUCHAS VECES SE PRESENTA 2:POCAS VECES SE PRESENTA 1: NUNCA SE PRESENTA 99:NOSE APLICA									
	CRITERIO				2			3		
		I	D	C	I	D	C	I	D	C
IE	**INSTRUCCIÓN Y/O EVALUACION**									
IE1	**ACTIVACION DEL CONOCIMIENTO PREVIO:**									
IE1.1	Activa el conocimiento previo, con /sin utilización de un contexto(escenario).									
IE1.2	Integra el conocimiento previo de los conceptos/ estrategias matemáticos al nuevo contenido utilizando un contexto.									
IE2	**PROCESOS /DESTREZAS DE PENSAMIENTO UTILIZADOS EN TAL FORMA QUE PROMUEVEN LA COMPRENSION:**									
IE2.1	**Si es posible, facilita el uso espontáneo de los siguientes procesos de pensamiento: (independientes de la resolución de problemas) para facilitar la comprensión del estudiante.**									
IE2.1.1	Metacognición (Reflexión): promueve al estudiante a que piense o analice acerca de su aprendizaje.									
IE2.1.2	Metacognición (Regulación): promueve al estudiante a que que regule, es decir, que clarifique, revise, corrija y									

	se pregunte a partir de lo reflexionado en el problema.								
IE2.1.3	Memoria: promueve el uso de la memoria en la adquisición de los nuevos conceptos/procesos.								
IE2.1.4	Análisis: facilita que el estudiante divida , simplifque y seleccione el tipo de operación aritmética a utilizar, en las situaciones presentadas y los conceptos enseñados en el aula de clase.								
IE2.1.5	Síntesis: promueve el resumen de los conceptos enseñados en el aula de clase.								
IE2.1.6	Comparación: utiliza estrategias que promuevan analizar las similitudes y diferencias de situaciones presentadas y conceptos enseñados en el aula de clase.								
IE2.1.7	Sacando conclusiones: utiliza estrategias que promuevan deducir algo de las situaciones presentadas y conceptos enseñados en el aula de clase.								
IE2.1.8	Crítico: utiliza estrategias que promueven el comparar, contrastar, juzgar, evaluar y analizar situaciones con los conceptos enseñados en el aula de clase.								

IE2.1.9	Creativo: utiliza estrategias que promuevan descubrir, inventar, imaginar, suponer utilizando los conceptos enseñados en el aula de clase.									
IE2.1.10	Práctico: utiliza estrategias que promuevan el usar, aprovechar, aplicar los conceptos enseñados en el aula de clase.									
IE2.2	**Procesos de Resolución de problemas dentro del evento de solución de problemas: Si el docente facilita los siguientes procesos de pensamiento al hacer uso de la resolución de problemas.**									
IE2.2.1	Si presenta y/o crea, o los estudiantes presentan o crean un problema, es de una de las siguientes clases: Analítico, Creativo, Práctico.									
IE2.2.2	Si un problema se presenta, es relevante a la comprensión del concepto matemático.									
IE2.2.3	**Explora**, si el docente promueve la integración de la activación del conocimiento previo en torno a los contenidos, problemas similares y estrategias de solución de los mismos cuando utiliza la resolución de problema.									
IE2.2.4	**Comprende**, determina si el docente promueve la comprensión del problema, a partir de la identificación de los datos y de la pregunta.									

IE2.2.5	**Analiza**, si el docente promueve que el estudiante examine los elementos del problema, lo divida en sus partes, simplifique el problema o seleccione el tipo de operación a utilizar.									
IE2.2.6	**Planea**, si el docente promueve que el estudiante identifique anticipadamente como resolver el problema.									
IE2.2.7	**Monitorea localmente**, si el docente promueve actividades que lleven al estudiante a reflexionar y regular las actividades o problemas que está realizando.									
IE2.2.8	**Implementa**, si el docente promueve que el estudiante resuelva el problema de forma independiente y de acuerdo a las estrategias planteadas.									
IE2.2.9	**Monitorea Globalmente-Evalua**, si el docente promueve que el estudiante reflexione acerca de las actividades o problemas y la manera como lo resolvió, implementando la autoregulación y autoevaluación al finalizar la resolución del problema, así como el uso de la estrategia remedial si es necesario.									

IE3	**ESTRATEGIAS DE INSTRUCCIÓN Y EVALUACION USADAS DE TAL FORMA QUE PROMUEVEN LA COMPRENSION: Si el docente promueve el aprendizaje mediado a través del andamiaje, entonces presenta alguna de las siguientes conductas:**									
IE3.1	**Andamiaje dando asistencia**									
IE3.1.1	Dividir el proceso/problema por pasos									
IE3.1.2	Seleccionar objetivos específicos									
IE3.1.3	Monitoreo									
IE3.1.4	Otros									
IE3.2	**Andamiaje facilita el Aprendizaje Activo:**									
IE3.2.1	Andamiaje facilita el conflicto cognitivo									
IE3.2.2	Andamiaje facilita el pensamiento práctico, crítico y creativo.									
IE3.2.3	Andamiaje facilita la Metacognición									
IE3.2.4	Andamiaje facilita la Enseñanza Recíproca.									
IE3.3	**Uso de preguntas:**									
IE3.3.1	· Abiertas									
IE3.3.2	· Cerradas									
IE3.3.3	· Balance entre las preguntas abiertas y las preguntas cerradas.									
IE3.3.4	· Dar claves, pruebas, señales.									
IE3.3.5	· Parafrasear									

IE3.3.6	· Facilitar la reflexión-metacognitiva									
IE3.3.7	· Facilitar el monitoreo o chequeo.									
IE3.3.8	· Declarativas-que-hechos, contenidos									
IE3.3.9	· Procedimental-como									
IE3.3.10	· Conceptual-Comprensión									
IE4	**OTRAS ESTRATEGIAS DE INSTRUCCIÓN**									
IE4.1	Instrucción directa (Diciendo)									
IE4.2	Modelando									
IE4.3	Dando explicaciones									
IE4.4	Monitorea (progreso del estudiante)									
IE4.5	Regula la comprensión del estudiante: varía las estrategias de acuerdo a las diferencias de los estudiantes.									
IE4.6	Elaboración: (da detalles, expande en lo que el estudiante dice)									
IE5	**RETROALIMENTACIÓN**									
IE5.1	Reconocimiento de respuesta del estudiante									
IE5.2	Correctiva									
IE5.3	Práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo)									
IE5.4	Práctica guiada									
IE5.5	Práctica independiente									
IE5.6	Facilita la evaluación por compañeros									
IE6	**TRANSFERENCIA:** Si el docente promueve la transferencia de conocimiento o generalizaciones y hay evidencia de la comprensión del									

	concepto.									
IE6.1	Transferencia (conexiones-generalizaciones)									

Anexo 4. Validez de jueces expertos

Nombre del Juez Experto	HUBERTO NORIEGA				CLAUDIA HERRERA				DIANA ECHAVARRIA				
CATEGORIA	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	PROMEDIO
CATEGORIA	Todas las medidas de las tablas están tomadas en porcentaje.												
CLIMA DEL AULA	98	100	100	100	100	91	89	91	97	96	96	97	96
PROFESOR CONSTRUCT	100	100	98	100	100	96	98	96	100	100	100	100	99
CURRICULO	97	100	99	100	100	100	100	100	97	97	97	97	99
CUR1	100	100	100	100	100	100	100	100	93	93	93	93	98
CUR2	100	100	96,67	100	100	100	100	100	93	93	93	93	97
CUR3	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
CUR4	86,67	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99
INESTRUCCION Y EVALUACION	98	100	100	100	100	100	100	100	95	95	95	95	98
IE1	100	100	100	100	100	100	100	100	80	80	80	80	93
IE2	99	100	100	100	100	100	100	100	99	99	99	98	100
IE2.1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
IE2.2	98	100	100	100	100	100	100	100	98	98	98	96	99
IE3	96	100	100	100	100	100	100	100	94	94	94	94	98
IE3.1	93	100	100	100	100	100	100	100	86	86	86	86	95
IE3.2	100	100	100	100	100	100	100	100	80	80	80	80	93
IE3.3	96	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
IE4	94	100	100	100	100	100	100	100	97	97	97	97	99
IE5	97	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
IE6	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
CC	90	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	99
MR	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
TOTALES	97	100	99,5	100	100	98	98	98	98	98	98	98	99
TOTAL DE CADA JUEZ	99,125				98,5				98				
TOTAL VALIDEZ DEL FORMATO	98,5												

Anexo 5. Confiabilidad del formato de recolección de datos

CONFIABILIDAD POR CATEGORÍAS	
CLIMA DEL AULA	100
CARACT DE UN PROF CONSTRUCTIVISTA	83.3
CURRICULO.CONTENIDOS CONCEPTOS	89.5
INSTRUCCIÓN Y EVALUACION	85
CIERRE DE LA CLASE	100
MATERIALES Y RECURSOS	100
PROMEDIO CONFIABILIDAD	92.9

CONFIABILIDAD X TOTAL DE ITEMS			
Otra forma de medirlo			
Por total de Items:	88/99	0.89	89%

Anexo 6. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

	N	Parámetros normales[a,,b]		Diferencias más extremas			Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. asintót. (bilateral)
		Media	Desviación típica	Absoluta	Positiva	Negativa		
Matemáticas informales	63	.482540	.1468510	.157	.157	-.095	1.249	.088
Matemáticas formales	63	.113591	.0539230	.199	.199	-.153	1.580	.014
Metacognición (Regulación).	63	1.78	.792	.281	.281	-.166	2.234	.000
Andamiaje facilita la Metacognición	63	1.78	.419	.480	.298	-.480	3.808	.000
· Declarativas-que-hechos, contenidos	63	2.78	1.039	.217	.217	-.214	1.726	.005
Modelando	63	3.56	.501	.368	.311	-.368	2.922	.000
Dando explicaciones	63	3.67	.475	.425	.253	-.425	3.375	.000
Monitorea (progreso del estudiante)	63	3.11	.743	.226	.226	-.218	1.795	.003
Práctica compartida (aprendizaje cooperativo, aprendizaje colaborativo, trabajo en equipo)	63	3.56	.690	.407	.260	-.407	3.229	.000

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

c. La distribución no tiene varianza para esta variable. No es posible realizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra.